

Série : Dipôle (RC)

Prof : LABIADH Houcine

Exercice I :

Dans le but de déterminer la capacité C d'un condensateur utilisé dans un récepteur radio, deux élèves (Aziz et Maram) ont procédé différemment.

I- Première méthode

Aziz a réalisé le circuit électrique schématisé par la figure 6, qui comporte, associés en série un générateur du courant qui débite un courant constant de valeur $I = 10^{-5} \text{ A}$, un interrupteur K et un condensateur de capacité C .

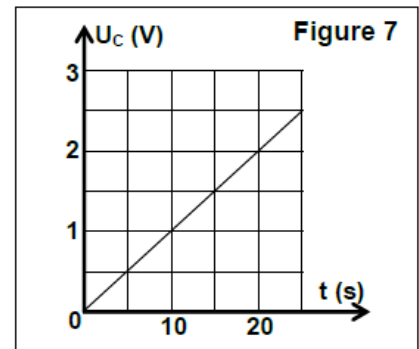
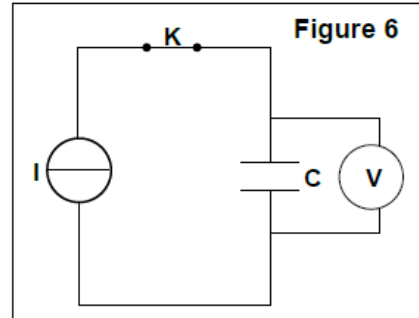
A l'aide d'un voltmètre, Aziz a mesuré les tensions U_C aux bornes du condensateur pour différentes durées de charge Δt .

il obtient la courbe $U_C = f(t)$ de la figure 7.

1- D'après la courbe de la figure 7, donner l'expression de la tension U_C aux bornes du condensateur en fonction de la durée de charge t .

2- a- Etablir l'expression de la tension U_C aux bornes du condensateur en fonction de sa capacité C , le courant I et de la durée de charge t .

b- En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.

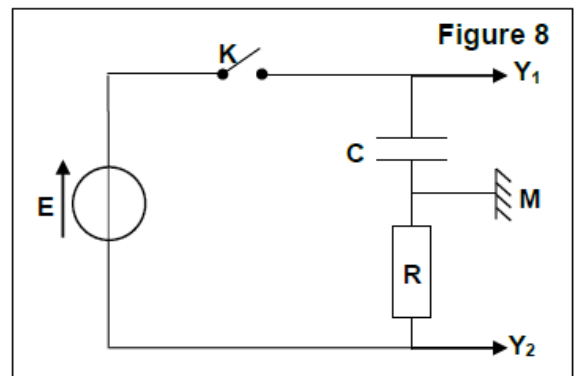


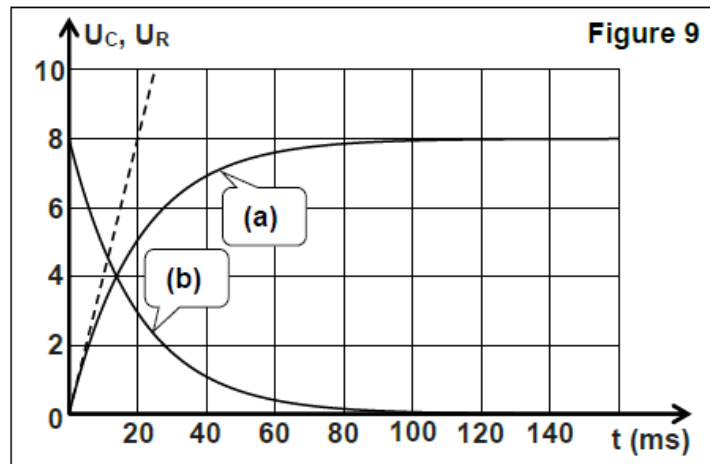
II- Deuxième méthode

Maram a réalisé le circuit électrique schématisé par la figure 8, qui comporte, associés en série un résistor de résistance $R = 200 \Omega$, un condensateur de capacité C , un interrupteur K . L'ensemble est alimenté par un générateur idéal, de f.é.m. E .

A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et un oscilloscope bicourbe convenablement branché au circuit, a permis de visualiser simultanément U_C et U_R respectivement aux bornes du condensateur et du résistor.

On obtient les oscillogrammes de la figure 9.





- 1- Justifier que la courbe (b) correspond à la tension $U_R(t)$.
- 2- a- Montrer qu'à $t = 0$, la tension $U_R = E$.
En déduire la valeur de la force électromotrice E du générateur.
b- Déterminer la valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant qui débite le générateur.
- 3- a- Montrer que l'équation différentielle en U_C s'écrit : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{\tau} = \frac{E}{\tau}$; avec $\tau = RC$.
b- Nommer τ .
c- Préciser, en utilisant l'équation différentielle, la dimension du τ .
d- Déterminer graphiquement la valeur de τ .
e- En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.
- 4- Comparer le résultat de **Aziz** à celui de **Maram**.
Conclure.

Exercice II:

Le circuit de la **figure 1** comprend :

- o Un générateur de courant électrique débitant un courant d'intensité $I = 98 \mu A$.
- o Trois conducteurs ohmiques de résistances R_1 , r et R .
- o Un condensateur de capacité C .
- o Deux diodes électroluminescentes D_1 et D_2 supposées idéales.
- o Un commutateur à double position K .

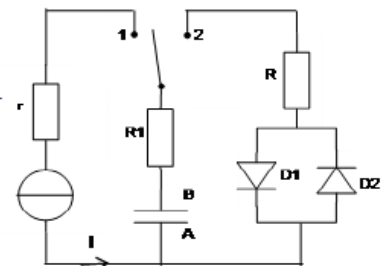
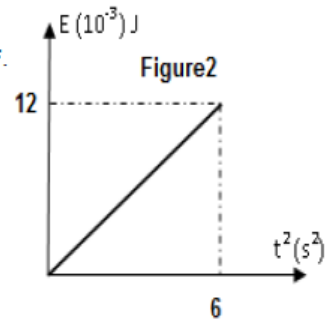


Figure 1

- 1) A un instant pris comme origine des temps ($t = 0$), on bascule l'interrupteur K sur la position 1.

Un dispositif d'acquisition de données relié à un ordinateur permet de suivre la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps, ce qui a permis de tracer la courbe d'évolution de l'énergie électrique E_C emmagasinée dans le condensateur en fonction du carré du temps (figure 2).

- 1)
 - a) Justifier théoriquement l'allure de la courbe $E_C = f(t^2)$.
 - b) En exploitant le graphe, Montrer que la capacité du condensateur $C = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ F}$.
- 2) Dans le but de charger plus rapidement le condensateur faut-il augmenter ou diminuer l'intensité I .
- 3) Déterminer à l'instant de date $t_1 = \sqrt{6} \text{ s}$ la valeur de la charge portée par l'armature B du condensateur.



II) A un instant choisit comme origine de temps, On bascule (K) en position (2).

- a) Nommer le phénomène qui se produit.
- b) Quelle diode est-elle allumée ?

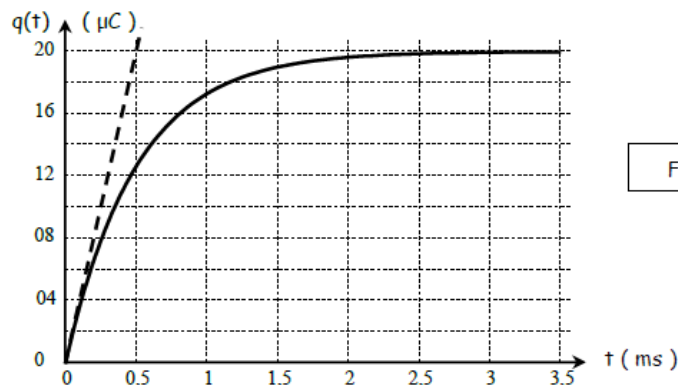
Exercice III:

On réalise un circuit électrique comportant en série un générateur de tension idéal de force électromotrice (fém.) E, un condensateur initialement déchargé de capacité C, un résistor de résistance $R_1 = 150 \Omega$, un résistor de résistance $R_2 = 100 \Omega$ et un interrupteur K. (figure 2 à la page annexe à rendre).

- 1) À l'instant $t = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K. Quel phénomène se produit-il ?
- 2) Un oscilloscope permet de visualiser simultanément :
 - La tension $u_{BM} = u_{R_1}(t)$ aux bornes du résistor de résistance R_1 sur la voie Y_1 .
 - La tension $u_{MA} = u_C(t)$ aux bornes du condensateur sur la voie Y_2 .

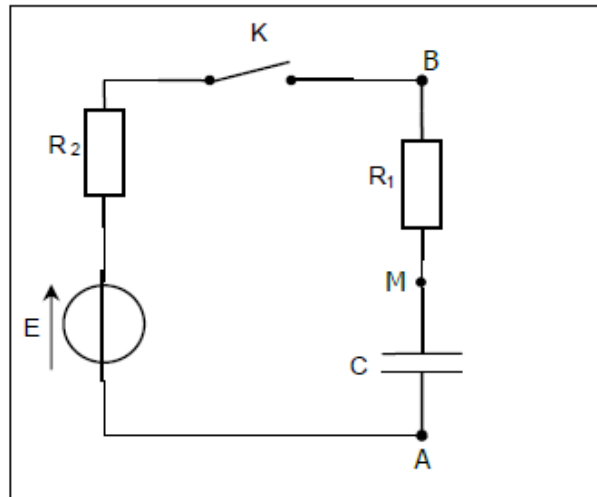
Représenter sur la figure 2 à la page annexe à rendre avec la copie, les branchements à l'oscilloscope permettant de visualiser $u_C(t)$ et $u_{R_1}(t)$.

- 3) La charge instantanée $q(t)$ du condensateur varie en fonction du temps suivant l'allure de la courbe ci-contre.



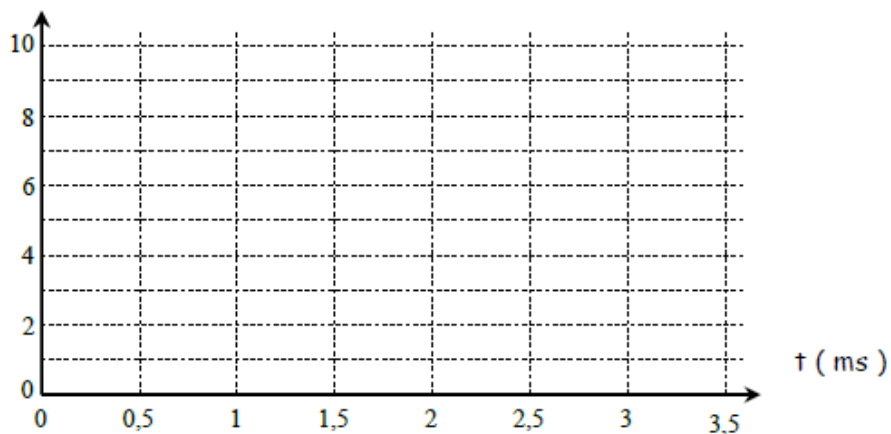
- a) En appliquant la loi des mailles, montrer que l'équation différentielle, vérifiée par $q(t)$ est à la forme : $\frac{dq(t)}{dt} + a \cdot q(t) = b$. (1) avec a et b deux constantes qu'on exprimera en fonction des données de l'exercice.
 - b) Dédire de l'équation (1), qu'à $t = 0 \text{ s}$, l'intensité du courant est $I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$.
 - c) Déterminer graphiquement la valeur de τ .
 - d) Calculer la valeur de C et vérifier que $E = 10 \text{ V}$.
- 4)
 - a) De l'équation différentielle (1), montrer que l'intensité instantanée du courant $i(t)$ vérifie l'équation différentielle : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i(t) = 0$. (2).

- b) Vérifier que l'expression : $i(t) = A.e^{-t/\tau}$ est une solution de l'équation différentielle (2).
 c) Trouver une expression de A.
- 5) L'équation différentielle (1) admet une solution à la forme : $q(t) = CE(1 - e^{-t/\tau})$.
- a) Établir les expressions en fonction du temps :
 a₁) De la tension $u_C(t)$ entre les bornes du condensateur.
 a₂) De la tension $u_{R_1}(t)$ entre les bornes du résistor de résistance R_1 .
- b) Compléter le tableau n°2 de la page annexe à ren dre avec la copie.
 c) Tracer l'allure des courbes $u_C(t)$ et $u_{R_1}(t)$ observées sur l'écran de l'oscilloscope pour l'intervalle de temps : $0 \leq t \leq 3,5$ ms. Utiliser le système d'axes de la figure 3 à la page annexe.



t (ms)	$t = 0$ s	$t = \tau$	$t \geq 5\tau$
$u_C(t)$ (V)			
$u_{R_1}(t)$ (V)			

Tensions (V)



Exercice IV:

Pour étudier expérimentalement la réponse d'un **dipôle RC** soumis à un échelon de tension, on réalise le circuit électrique de la **figure 4** qui comporte :

- un générateur de tension idéal de force électromotrice **E**.
- un condensateur de capacité **C = 1μF** initialement déchargé.
- Deux résistors **R₁** et **R₂**.
- Un commutateur **K**.

A un instant $t=0$, pris comme origine des temps, on ferme le commutateur **K** en position 1.

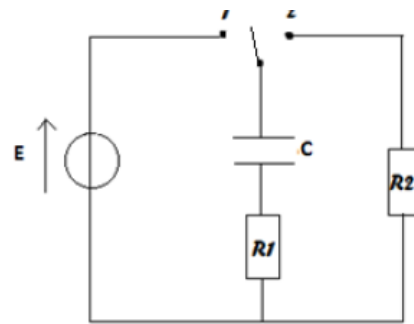


Figure4

Un système d'acquisition approprié permet de suivre l'évolution temporelle de la charge **q** du condensateur. (**figure5**)



1) Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la **charge q** du condensateur au cours du temps s'écrit : $A \frac{dq}{dt} + q = B$ où A et B sont des constantes positives que l'on déterminera leurs expressions.

2) a-En admettant que la solution de l'équation différentielle est de la forme :

$q(t) = Q_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$ Etablir en fonction des caractéristiques du circuit, les expressions des constantes **Q₀** et **τ₁**

b-Déterminer graphiquement la constante de temps **τ₁**.

c-En déduire la valeur de **E** et celle de **R₁**.

- 3) A une date pris comme une nouvelle origine des temps, on bascule le commutateur en position 2. Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_{R1} aux bornes du résistor R_1 au cours du temps a pour expression :

$$\frac{du_{R1}}{dt} + \frac{u_{R1}}{\tau_2} = 0 \quad \text{avec } \tau_2 = (1 + \mu) \tau_1 \quad \text{où } \mu \text{ est une constante}$$

positive que l'on exprimera en fonction de R_1 et R_2 .

- 4) Montrer qu'à la date $t=0$, que $u_{R1} = -\frac{\tau_1}{\tau_2} E$.
- 5) Sachant que $u_{R1}(0) = -3V$. En déduire la valeur de τ_2 et celle de R_2 .

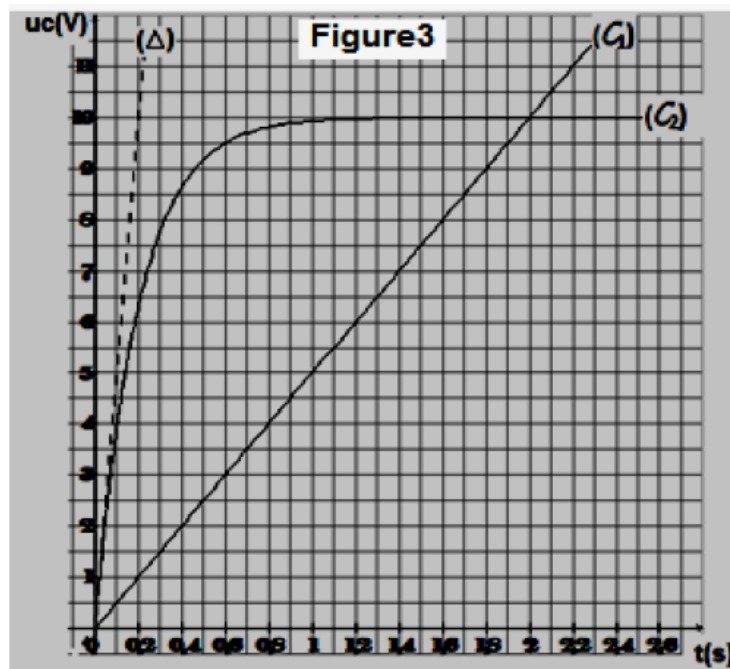
Exercice V:

On se propose de déterminer à partir de deux expériences différentes, la capacité C d'un condensateur initialement déchargé.

- **Première expérience** : on charge le condensateur à travers un résistor de résistance $R = 425\Omega$ à l'aide d'un générateur de courant continu débitant un courant d'intensité $I_0 = 235 \cdot 10^{-5} A$.
- **Deuxième expérience** : on relie les deux armatures du condensateur par un fil de connexion pendant quelques secondes, puis, on le charge à l'aide d'un générateur de tension continue constante égale à $U_0 = 10V$.

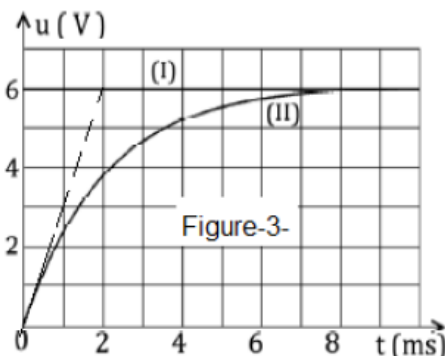
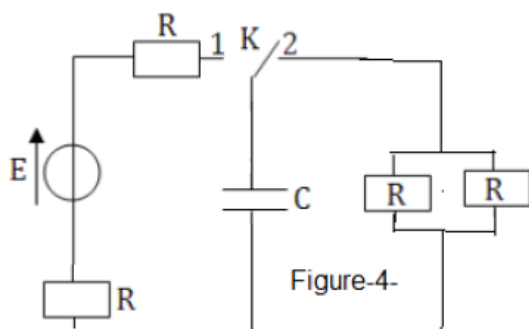
On relève pour chaque expérience et à différents instants, la valeur de la tension u_c aux bornes du condensateur et on trace les courbes (C_1) et (C_2) de **figure3 de l'annexe (à remettre avec la copie)**

- 1) a- Associer à la courbe (C_1) , le générateur correspondant. Justifier la réponse
b- Etablir l'équation mathématique vérifiant la courbe (C_1) .
c- Déterminer la capacité C du condensateur.
- 2) a- Représenter le schéma du circuit électrique permettant de tracer la courbe (C_2) .
b- Etablir une relation de proportionnalité permettant de déduire que l'intensité du courant s'annule en régime permanent.
c- Etablir l'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle $u_c(t)$.
d- Déterminer la constante de temps τ (expliciter la méthode utilisée sur le graphe de la figure3) et retrouver la valeur de la capacité C .
- 3) a- Etablir en fonction de τ , l'expression littérale de la date t_0 à laquelle le condensateur est totalement chargé à 1% près.
b- Calculer t_0 et vérifier la validité du résultat à l'aide du graphe.
- 4) a- Calculer l'énergie électrostatique emmagasinée par le condensateur lorsque la tension entre ces bornes est égale au double à celle aux bornes du résistor.
b- Le condensateur emmagasine son énergie indéfiniment, cela n'arrive jamais. Expliquer pourquoi ?



Exercice VI:

Pour étudier la charge d'un condensateur initialement déchargé, on réalise le circuit de la figure -3- comportant :



- le condensateur de capacité $C = 2 \cdot 10^{-6} \text{F}$
- un échelon de tension $E = 6 \text{V}$ produit par un générateur de tension idéal
- quatre conducteurs ohmiques identiques de résistance commune R .

On place le commutateur (K) dans la position (1) et on visualise les chronogrammes de la figure -4-

1) Justifier que la courbe II représente le chronogramme de la tension u_C aux bornes du condensateur.

2-a) Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la tension $u_C(t)$.

b) La solution de l'équation différentielle peut s'écrire sous la forme :

$U_C(t) = A_1 [1 - \exp(-t/B_1)]$ ou A_1 et B_1 sont des constantes à déterminer leurs expressions
Déterminer graphiquement les valeurs de A_1 et B_1 .

c) Déterminer la valeur de la résistance R du circuit.

4) Montrer que $(\frac{du_C}{dt})_{t=0} = \frac{A_1}{B_1}$. En déduire qu'à cet instant origine, l'intensité de courant prend une valeur maximale I_0 que l'on calculera.

5) Le condensateur étant chargé, on bascule le commutateur (K) sur la position (2).

Sachant qu'en phase de décharge, la tension aux bornes du condensateur obéit à la loi horaire suivante $U_c(t) = A_1 \exp(-t/\tau_2)$

- Déterminer de la courbe ci-contre $\ln(u_c) = f(t)$, la constante de temps τ_2 du circuit
- Déduire la résistance équivalente à l'association des résistors
- Montrer que la durée de décharge du condensateur est 4 fois plus petite que sa durée de charge

