Lycée O.chatti de M'SAKEN	**DEVOIR DE CONTROLE N°3**	Classe : 4 Maths : 1 – 2
Date : 10/03/2018	**MATHEMATIQUES**	Durée : **2** heures . **Mr Karmous**

Exercise 1 (5,5 points)

1) Demontrer les propositions suivantes
   a/ $2^{340} \equiv 1\ (mod\ 11)$
   b/ Pour tout entier naturel n , 9 divise 7^{3n} - 1
   c/ Pour tout entier naturel n , $4^{4n+2} - 3^{n+3}$ est divisible par 11
2) a/Donner suivant les valeurs de n les restes de la division euclidienne de 3^n par 5.
   b/ Déterminer alors le reste modulo 5 de l'entier A = $(2016)^{2015} + (2017)^{2016} + (2018)^{2017}$
3) Quel est le chiffre des unités de l'entier $(2019)^{2018}$

Exercice 2 (6,5 points)

Le plan est rapporté a un repère orthonormé direct (O , $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) . Soit la parabole (P) d'équation :

$2x + 3y^2 + 4y - 1 = 0$

1) a/ Montrer que (P) est une parabole dont on précisera le sommet S , le foyer F et la directrice (D).
   b/ Construire (P)
2) Soit M_0 le point de (P) d'abscisse – 3 et d'ordonnée positive.
   a/ déterminer une équation de la tangente (T) a (P) au point M_0
   b/ Donner une équation de la perpendiculaire (N) a (T) au point M_0
3) (T) coupe l'axe focal (Δ) de (P) au point I et (N) coupe (Δ) en J.
   a/ Montrer que F est le milieu du segment $[IJ]$.
   b/ Soit K le projeté orthogonal de M_0 sur (Δ) , montrer que la distance JK est égal au paramètre de (P).

Exercice 3 (8 points)

Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par f(x) = $e^{\sqrt{x-1}}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O , $\vec{\imath}, \vec{\jmath}$) .

1) a/ Etudier la dérivabilité de f a droite en 1 . Interpréter graphiquement ce résultat .
   b/ Dresser le tableau de variation de f .
   c/ Etudier la branche infinie de (C) au voisinage de $+\infty$
   d/ Construire (C).
2) Soit n un entier naturel non nul .
   a/ Montrer que l'équation : f(x) = $\frac{n}{x-1}$ admet dans $]1, +\infty[$ une unique solution α_n .
   b/ montrer que pour tout $n \geq 3$, $1 < \alpha_n < (Ln\, n)^2 + 1$. En déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} \left(\frac{\alpha n}{n}\right)$
3) Soit F la fonction définie sur IR par F (x) = $\int_1^{1+x^2} f(t)dt$
   a/ Montrer que F est dérivable sur IR et que F'(x) = $2xe^{|x|}$
   b/ En intégrant par parties , calculer F (x) pour $x \geq 0$
4) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe (C) ,l'axe des abscisses , et les droites d'équations : x = 1 et x = 2.
5) Soit n un entier naturel non nul et k un entier compris entre 0 et n – 1. On pose $U_n = \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right)$
   a/ Montrer que : $\frac{1}{n} f\left(1 + \frac{k}{n}\right) \leq \int_{1+\frac{k}{n}}^{1+\frac{k+1}{n}} f(t)dt \leq \frac{1}{n} f\left(1 + \frac{k+1}{n}\right)$
   b/ Montrer que : $\frac{1}{n} + \mathcal{A} \leq U_n \leq \frac{e}{n} + \mathcal{A}$. En déduire la limite de la suite (U_n) .

$\overline{a}$