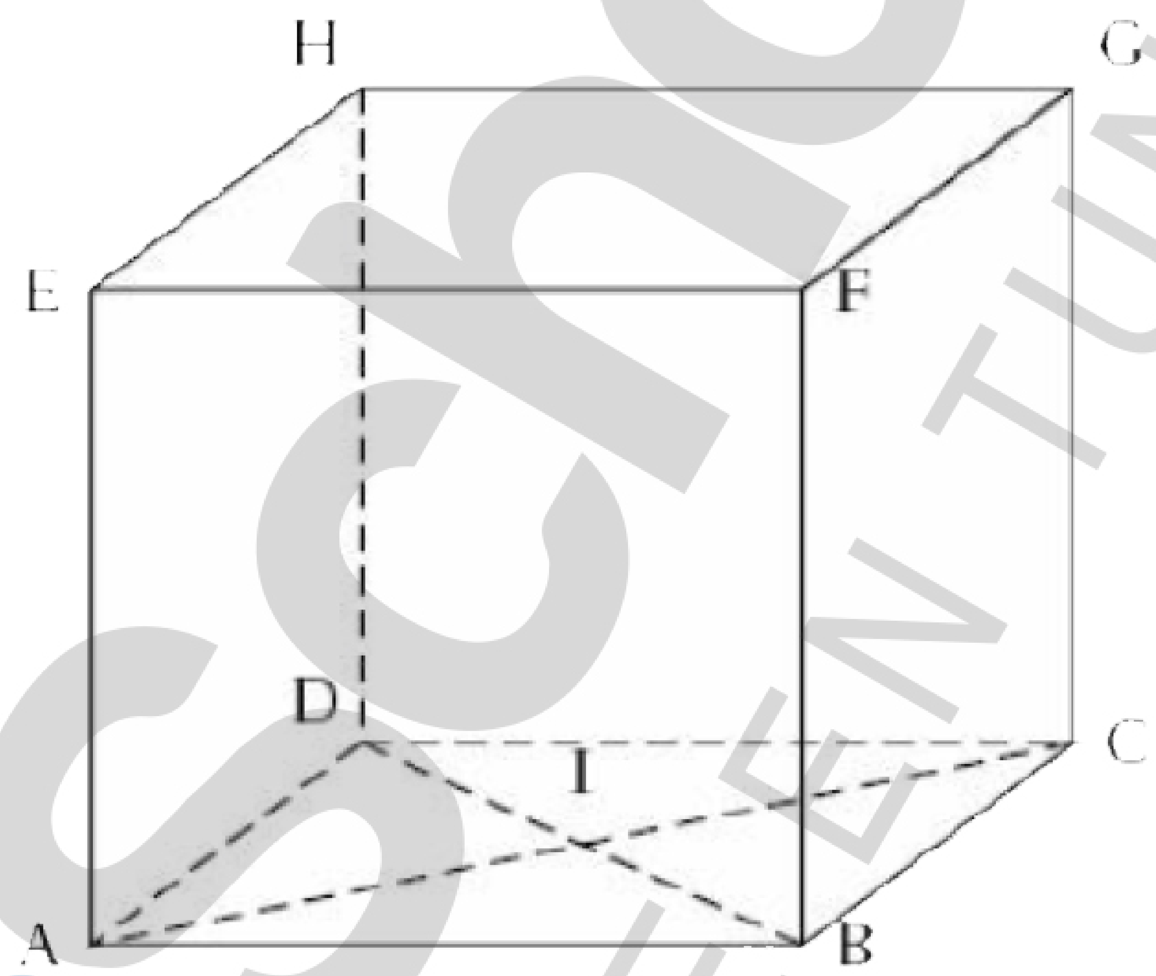
Tél:27677722 youtube :khazrischool www.facebook.com/Mathtewa

Proposé par :Oueslati Aymen

Exercice 1



L'espace est muni d'un repère orthonormé direct.

ABCDEFGH est le cube représenté ci-contre.

Son arête a pour longueur 1.

Le centre de la face ABCD est le point I.

Les questions **1)** et **2)** sont indépendantes.

1) a) Déterminer $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}$.

b) En déduire l'ensemble (E) des points M de l'espace tels que : $\left(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}\right) \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0}$

c) Déterminer l'ensemble (F) des points M de l'espace tels que : $\left(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}\right) \cdot \overrightarrow{BM} = 0$.

2) On appelle P le barycentre du système { (A, 2) ; (C, - 1)}.

a) Montrer que P est le symétrique de C par rapport à A.

b) Soit (G) l'ensemble des points M de l'espace tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\|$

Déterminer l'ensemble (G).

Montrer que le point A appartient à l'ensemble (G).

Exercice 2

L'espace est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère le plan P d'équation $2x + y - 2z + 4 = 0$ et les points A de coordonnées $(3, 2, 6)$, B de coordonnées $(1, 2, 4)$ et C de coordonnées $(4, -2, 5)$.

1. a. Vérifier que les points A, B et C définissent un plan.
b. Vérifier que ce plan est P.
2. a. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
b. Ecrire un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par O et perpendiculaire au plan P.
c. Soit K le projeté orthogonal de O sur P. Calculer la distance OK.

d. Calculer le volume du tétraèdre $OABC$.

3. On considère dans cette question le point G barycentre du système de points pondérés $S=\{(O,3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$.

a. On note I le centre de gravité du triangle ABC. Montrer que G appartient à (OI).

b. Déterminer la distance de G au plan P.

4. Soit Γ l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$. Déterminer Γ. Quelle est la nature de l'ensemble des points communs à P et Γ ?

Exercice 3

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct$(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

On considère les points A(1, 0 ,0), B(0, 2, 0) et C(0, 0, 3).

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire qu'une équation du plan (ABC) est $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

2) Soit I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

On désigne par Δ la droite passant par I et de vecteur directeur $\vec{k}$ et par Δ' la droite passant par J et de vecteur directeur $\vec{j}$.

a) Donner une représentation paramétrique de chacune des droites Δ et Δ'.

b) En déduire que Δ et Δ' sont sécantes au point $\Omega\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right)$

3) Soit (S) la sphère de centre Ω et passant par O.

a) Vérifier que (S) passe par les points A, B et C.

b) En déduire le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC.

Exercice 4

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.S désigne l'ensemble des points M dont les coordonnées (x,y,z) dans ce repère vérifient :

$$x^2+y^2+z^2-6x+10y+6z-6=0.$$

1°) Quelle est la nature de l'ensemble S ? Préciser ses caractéristiques.

2°) Soit P le plan d'équation : $-x+y+z+4=0$.

a) Montrer que P et S sont sécants suivant un cercle C?

b) Déterminer les coordonnées du centre I et le rayon R du cercle C ?

3°) Montrer que l'intersection de C et du plan P' d'équation $z+3=0$ se compose de deux points A et B dont on calculera les coordonnées.

4°) Montrer qu'il existe un point E appartenant à C tel que ABE soit un triangle équilatéral. On calculera les coordonnées de E.

Exercice 5

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère le plan P d'équation : $x+y-z-1=0$ et la droite (Δ) : $\begin{cases} x=1+\alpha \\ y=1-2\alpha \\ z=1-\alpha \end{cases}$; $\alpha \in IR$

1°) Montrer que (Δ) est contenue dans P.

2°) Ecrire une équation du plan Q perpendiculaire à P et contenant la droite (Δ).

3°) Soit S la sphère de centre $I(3,1,0)$ et de rayon $R=\sqrt{3}$.

a) Ecrire une équation cartésienne de S.

b) Montrer que S et P sont tangente et déterminer les coordonnées de leur point de contact E.

c) Montrer que S et Q sont sécants et caractériser $S \cap Q$.

4°) Déduire la distance de I à (Δ).

5°) On considère la famille des plans (P_m) : $x+y-z+m-2=0$; m étant un paramètre réel.

Etudier suivant le paramètre m la position de (P_m) et S.

Exercice 6

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les plan (P_m) : $2x+2y-z+m=0$; où m un paramètre réel et les points $A(3,-2,-1)$ $B(-1,2,-1)$.

1°) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S de diamètre $[AB]$.

Déterminer son rayon R et les coordonnées de son centre I.

2°) Déterminer les réel m pour lesquels (P_m) est tangent à S.

3°) Déterminer une équation cartésienne du plan (P') perpendiculaire à (P_m) contenant la droite (AB).

4°) Soit Q le plan parallèle à (P_m) et contenant le point C(0,0,1).

a) Déterminer une équation cartésienne de Q.

b) Donner la position relative de Q et S.

c) Caractériser $Q \cap S$.

Exercice 7

L'espace ξ est rapporté à un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. On considère les points

$A(2,-1,1)$; $B(1,-1,2)$ et $C(3,1,0)$.

1°) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ puis montrer que A, B et C ne sont pas alignés.

2°) a) Montrer que le plan P passant par A, B et C a pour équation : $x+z-3=0$

b) Montrer que le plan P' médiateur de $[BC]$ a pour équation : $x+y-z-1=0$

c) Montrer que P et P' sont perpendiculaires.

3°) Calculer la distance du points O à chacun des plans P et P' puis déduire la distance de O à la droite Δ intersection de P et P'.

4°) a) trouver une représentation paramétrique de Δ

b) Trouver une équation cartésienne du plan Q passant par O et perpendiculaire à P et P'.

c) Calculer les coordonnées du point H projeté orthogonal de O sur Δ puis retrouver la distance de O à Δ.

Correction

Exercice 1

1) a) $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BF}$

b) $M \in (E) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}\right) \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BF} \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{BF}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow M \in (BF)$.

c) $M \in (F) \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA}\right) \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow$ M apartient au plan passant par B et ayant pour vecteur normal $\overrightarrow{BF}$ $\Leftrightarrow M \in (ABC)$.

2) a) $2\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow$ A est le milieu de [PC] $\Leftrightarrow$ P est le symétrique de C par rapport à A.

b) $M \in (G) \Leftrightarrow \left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\right\| \Leftrightarrow$

$\left\|\overrightarrow{MP}\right\| = \left\|2\left(\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MI}\right)\right\| \Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{MP}\right\| = 2\left\|\overrightarrow{IB}\right\| \Leftrightarrow PM = BD = AC = \sqrt{2} \Leftrightarrow M \in S_{(P,\sqrt{2})}$: la sphère de centre P et de rayon $\sqrt{2}$.

c) $PA = AC = \sqrt{2} \Rightarrow A \in (G)$.

Exercice 2

1. a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\-4\\-1\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires $\left(\begin{vmatrix}-2 & 1\\0 & -4\end{vmatrix}=8\neq 0\right)\Rightarrow$ A, B et C ne sont pas alignés $\Rightarrow$ A, B et C déterminent un plan.

   b) On vérifie que les coordonnées de chacun des points A, B et C vérifient l'équation $2x+y-2z+4=0 \Rightarrow$ P = (ABC).

2. a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-2\times 1+0\times(-4)+(-2)\times(-1)=0 \Rightarrow$ ABC est un triangle rectangle en A.

   b) Δ est la perpendiculaire à P passant par O $\Rightarrow \vec{n}\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ vecteur normal de P est directeur de Δ

   $$\Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=2\alpha\\ y=\alpha\\ z=-2\alpha\end{cases} ;\ \alpha\in IR$$

   c) Soit K le projeté orthogonal de O sur P

   $$OK = d(O, P) = \frac{|2\times 0+0-2\times 0+4|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=\frac{4}{3}.$$

   d) $$\mathcal{V}(OABC)=\frac{1}{3}\times A(ABC)\times OK=\frac{1}{3}\times\frac{AB\times AC}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\times 4}{3\times 2\times 3}=\frac{8}{3}$$

   Autrement : $\mathcal{V}(OABC)=\frac{1}{6}\left|\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AO}\right|$

   Où $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-8\\-4\\8\end{pmatrix} \Rightarrow \mathcal{V}(OABC)=\frac{1}{6}\left|-8\times(-3)+(-4)\times(-2)+8\times(-6)\right|=\frac{1}{6}\times 16=\frac{8}{3}$

3. G barycentre du système de points pondérés $S=\{(O,3),(A,1),(B,1),(C,1)\}$

   $\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ (1)

   a) I est le centre de gravité du triangle $ABC \Rightarrow \overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

   En intercalant le point I dans (1), on obtient : $3\overrightarrow{GO}+3\overrightarrow{GI}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GI}=\vec{0}$

   $\Rightarrow$ G est le milieu de [OI] $\Rightarrow$ G $\in$ (OI).

b) $d(G,P)=?$

$$I\left(\frac{3+1+4}{3},\frac{2+2-2}{3},\frac{6+4+5}{3}\right)\Rightarrow I\left(\frac{8}{3},\frac{2}{3},5\right)$$

G est le milieu de [OI] $\Rightarrow G\left(\frac{4}{3},\frac{1}{3},\frac{5}{2}\right)$

$$\Rightarrow d(G,P)=\frac{\left|2\times\frac{4}{3}+\frac{1}{3}-2\times\frac{5}{2}+4\right|}{3}=\frac{2}{3}$$

4. $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5 \Leftrightarrow \left\|6\overrightarrow{MG}\right\|=5 \Leftrightarrow GM=\frac{5}{6}\Leftrightarrow M\in S_{\left(G,\frac{5}{6}\right)}$: la sphère de centre G et de rayon $\frac{5}{6}$.

$d(G,P)=\frac{2}{3}<\frac{5}{6}\Rightarrow \Gamma\cap P$ est un cercle de centre le point H projeté orthogonal de G sur P et de rayon $r=\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{9}{36}}=\frac{1}{2}$.

Exercice 3 à faire

Exercice 4

1°) a) On a : $M(x,y,z)\in S \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x+10y+6z-6=0$

$$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+5)^2+(z+3)^2=49$$

S est donc la sphère de centre $I(3,-5,-3)$ et de rayon $R=\sqrt{49}=7$.

2°) a) Pour connaître la nature de l'intersection de P et de S, il suffit de comparer la distance de I au plan P et le rayon R de la sphère.

La distance de I et P est égale à $d(I,H)$ où H est la projeté orthogonal du point I sur le plan P

$$d(I,P)=\frac{|-x_\Omega+y_\Omega+z_\Omega+4|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=\frac{|-3-5-3+4|}{\sqrt{(-1)^2+1^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{3}}<7=R$$

la distance de I au plan P étant strictement inférieure au rayon de la sphère, l'intersection de P et S est un cercle C dont le centre est H projeté orthogonal de I sur P et de rayon r.

Le vecteur $\vec{N}$ de composantes $\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ étant un vecteur normal de P :

Le point $H(x,y,z)$ vérifie : $\begin{cases}\overrightarrow{IH}=\lambda\vec{N},\ \lambda\in\mathbb{R}\\ H\in P\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3-\lambda & (1)\\ y=-5+\lambda & (2)\\ z=-3+\lambda & (3)\\ -x+y+z+4=0 & (4)\end{cases}$

(4) donne : $-3+\lambda-5+\lambda-3+\lambda+4=0$ nous en déduisons $\lambda=\frac{7}{3}$ d'où : $H\left(\frac{2}{3},-\frac{8}{3},-\frac{2}{3}\right)$

On vérifie que $d(I,P)=IH$

On a : $\|\overrightarrow{IH}\|^2=\left(\frac{2}{3}-3\right)^2+\left(-\frac{8}{3}+5\right)^2+\left(-\frac{2}{3}+3\right)^2=\frac{49}{3}\Leftrightarrow IH=\frac{7}{\sqrt{3}}$

b) Pour calculer le rayon r du cercle C, on peut considérer un point M appartenant au cercle.

Le triangle MIH est rectangle en H.

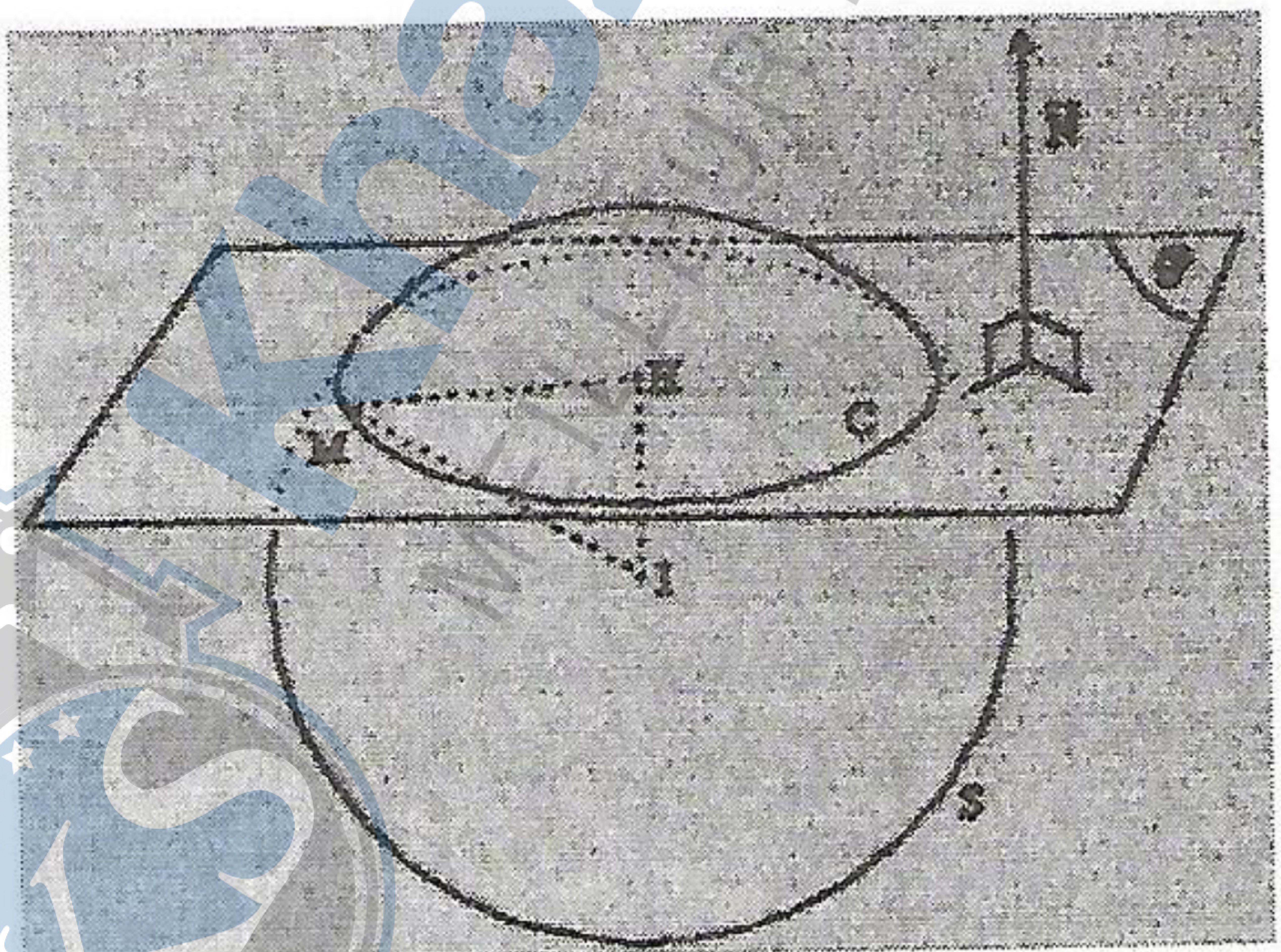
Le théorème de Pythagore donne donc $HM^2+HI^2=IM^2$

soit : $r^2+HI^2=R^2$

Donc

$$r^2=49-\frac{49}{3}=\frac{2}{3}.49.$$

On peut calculer : $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{49-\frac{49}{3}}=\sqrt{2\times\frac{49}{3}}=7\sqrt{\frac{2}{3}}$



3°) Soit M appartenant à l'intersection de C et de P'. Ses coordonnées (x,y,z) vérifient :

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2-6x+10y+6z=6 \\ -x+y+z=-4 \\ z=-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(x-1)^2+(-3)^2-6x+10(x-1)+6(-3)=6 \\ y=x-1 \\ z=-3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+2x-24=0 \\ y=x-1 \\ z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-12=0 \\ y=x-1 \\ z=-3. \end{cases}$$

Le discriminant de l'équation du second degré $x^2+x-12=0$ est $\Delta=49=7^2$.

L'équation admet deux solutions : $x_1=\frac{-1-7}{2}=-4$ et $x_2=\frac{-1+7}{2}=3$.

Nous en déduisons que l'intersection de C et de P' sont les points : $A(-4,-5,-3)$ et $B(3,2,-3)$.

Exercice 5 à faire

Exercice 6

1°) On a : $A(3,-2,-1)$ $B(-1,2,-1)$ deux points de l'espace ξ.

Soit S la sphère de diamètre $[AB]$.

1ère méthode :

$M(x,y,z)\in S \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=0$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix}x-3\\y+2\\z+1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM}\begin{pmatrix}x+1\\y-2\\z+1\end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x+1)+(y+2)(y-2)+(z+1)^2=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x+2z-6=0$$

Soit : $S : (x-1)^2+y^2+(z+1)^2=8$ une équation cartésienne de S.

S est de centre $I(1,0,-1)$ et de rayon $R=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

2ème méthode :

le centre de la sphère S de diamètre $[AB]$ est le point I milieu de $[AB]$, et de rayon $R=\frac{AB}{2}$.

On a : $I\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2},\frac{z_A+z_B}{2}\right)$ d'où: $I(1,0,-1)$

et $AB=\sqrt{(-1-3)^2+(2+2)^2+(-1+1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ d'où $R=2\sqrt{2}$

$S(I,R):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=0$

2°) On a le plan $(P_m):2x+2y-z+m=0$; m étant un paramètre réel.

(P_m) est tangent à S $\Leftrightarrow d(I,P_m)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2+1+m|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2} \Leftrightarrow |m+3|=6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m+3=6\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad m+3=-6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow m=-3+6\sqrt{2} \quad \text{ou} \quad m=-3-6\sqrt{2}$$

3°) Soit P' le plan perpendiculaire à (P_m) et contenant la droite (AB).

Le plan P' est perpendiculaire à (P_m) donc le vecteur normal $\vec{N}\begin{pmatrix}2\\2\\-1\end{pmatrix}$ de (P_m) est un vecteur directeur de P'.

La droite (AB) est contenue dans P' donc le vecteur directeur $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-4\\4\\0\end{pmatrix}$ de (AB) est un vecteur directeur de P'.

Les vecteurs $\vec{N}$ et $\overrightarrow{AB}$ ne sont pas colinéaires donc $(\vec{N},\overrightarrow{AB})$ est une base de P'.

Si on pose : $\vec{N}'\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ un vecteur normal du plan P' alors on a :

C'est une autre méthode comme vous pouvez utiliser une formule directe pour Bac science ☺ le reste à faire

Exercice 7

On a : $A(2,-1,1)$; $B(1,-1,2)$ et $C(3,1,0)$.

1°) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$. Le déterminant $\begin{vmatrix}-1 & 1\\0 & 2\end{vmatrix}=(-1)\times2-0\times1=-2\neq0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires et les points A ; B et C ne sont pas alignés.

2-a) à faire formule de cours

b) Soit P' le plan médiateur de $[BC]$.

Le vecteur : $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\2\\-2\end{pmatrix}$ est un vecteur normal à P' donc une équation cartésienne de P' est :

P' : $2x+2y-2z+d=0$; on obtient d par un point de P' :

On a : le milieu I de $[BC]$ est un point du plan médiateur de $[BC]$: $I\left(\frac{1+3}{2},\frac{-1+1}{2},\frac{2+0}{2}\right)$

D'où $I(2,0,1)\in P' \Leftrightarrow 4+0-2+d=0 \Leftrightarrow d=-2$

On obtient : P' : $2x+2y-2z-2=0$ soit $P' : x+y-z-1=0$

c) On a : $\vec{N}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ un vecteur normal à P et $\vec{N}'\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ un vecteur normal à P'.

$\vec{N}.\vec{N}'=1\times1+0\times1+1\times(-1)=1+0-1=0$ donc $\vec{N}$ et $\vec{N}'$ sont orthogonaux ce qui signifie que P et P' sont perpendiculaires.

3°) $d(O,P)=\frac{|-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}$ et $d(O,P')=\frac{|-1|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D'où : $d^2(O,\Delta)=d^2(O,P)+d^2(O,P') \Leftrightarrow d^2(O,\Delta)=\frac{9}{2}+\frac{1}{3}=\frac{29}{6} \Leftrightarrow d(O,\Delta)=\sqrt{\frac{29}{6}}$.

4°) a) $M(x,y,z)\in\Delta=P\cap P' \Leftrightarrow \begin{cases}M\in P\\M\in P'\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+z-3=0\\x+y-z-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3-\alpha\\y=-2+2\alpha\\z=\alpha\end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$.

D'où une représentation paramétrique de Δ est : $\begin{cases}x=3-\alpha\\y=-2+2\alpha\\z=\alpha\end{cases}$; $\alpha\in\mathbb{R}$

b)à faire ☺

c) On a : $\begin{cases}Q\perp P\\Q\perp P'\\P\cap P'=\Delta\end{cases}$ donc $\Delta\perp Q$.

On a : H le projeté orthogonale de O sur Δ donc $(OH)\perp\Delta$

D'où : $\begin{cases} \Delta \perp Q \\ \Delta \perp (OH) \\ O \in Q \end{cases} \Rightarrow H \in Q.$

Le point H est le point d'intersection de Δ et Q .

Si H est le point de coordonnées : (x,y,z) On déduit : $\begin{cases} H \in \Delta \\ H \in Q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3-\alpha & (1) \\ y = -2+2\alpha & (2) \\ z = \alpha & (3) \\ -x+2y+z=0 & (4) \end{cases}$

(4) donne : $-3+\alpha+2(-2+2\alpha)+\alpha = 0 \Leftrightarrow 6\alpha = 7 \Leftrightarrow \alpha = \frac{7}{6}$

(1) donne : $x = 3-\frac{7}{6} = \frac{11}{6}$; (2) donne : $y = -2+2\times\frac{7}{6} = \frac{1}{3}$; (3) donne : $z = \frac{7}{6}$ donc $H\left(\frac{11}{6}, \frac{1}{3}, \frac{7}{6}\right)$.

D'où $d(O,\Delta) = OH = \sqrt{\left(\frac{11}{6}\right)^2 + \left(\frac{2}{6}\right)^2 + \left(\frac{7}{6}\right)^2} = \sqrt{\frac{174}{36}} = \sqrt{\frac{29}{6}}$.