

CALCULS DANS IR

**EXERCICE N°1**

1) Ecrire les nombres suivants sans radicaux au dénominateur

$$A = \frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad ; \quad B = \frac{2-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} \quad ; \quad C = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \quad ; \quad D = \frac{\sqrt{3}-1}{4-\frac{1}{\sqrt{3}+1}}$$

2) Vérifier chacune des égalités suivantes :

a)  $\sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

b)  $\sqrt{4+\sqrt{7}} + \sqrt{4-\sqrt{7}} = \sqrt{14}$

c)  $(9+\sqrt{5})^3 + (9-\sqrt{5})^3 = 12^3$

**EXERCICE N°2**

Etablir que :

1)  $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$

2)  $x^4 - y^4 = (x-y)(x+y)(x+y-\sqrt{2xy})(x+y+\sqrt{2xy}) \quad x > 0, y > 0$

3)  $x^6 - 1 = (x+1)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

**EXERCICE N°3**

Soit  $x$  un réel strictement positif

1) Soient  $A = (1+x)^2$  et  $B = 1+2x$

a) Comparer A et B

b) Lequel est plus grand :  $a = (1.000000000003)^2$  ou  $b = 1.000000000006$

2) Soient  $C = \frac{1}{1+x}$  et  $D = 1-x$

a) Comparer A et B

b) Comparer  $c = \frac{1}{1.0000000001}$  et  $d = 0.9999999999$

3) Soit  $0 < x < 1$  et soient  $E = \frac{1+x}{1-x}$  et  $F = 1+2x$

a) Calculer  $E - F$  et Comparer E et F

b) Comparer :  $e = \frac{1.0000000001}{0.9999999999}$  et  $f = 1.0000000002$

**EXERCICE N°4**

1) Soit  $n$  un entier naturel non nul. Montrer que :  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$

2) Simplifier alors l'expression :  $E = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2008 \times 2009}$

## Exercice N°5

Soient les réels :  $x = \sqrt{17+12\sqrt{2}}$  et  $y = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$ .

1) Montrer que :  $xy = 1$ .

2) On pose :  $S = x + y$  et  $P = x - y$ .

a) Calculer  $S^2$  et  $P^2$ .

b) En déduire  $S$  et  $P$  puis des expressions simples de  $x$  et  $y$ .

## Exercice N°6

On donne deux réels  $a$  et  $b$  tels que :  $2 < a < 3$  et  $-2 < b < -1$ .

1) Encadrer les réels suivant :  $\frac{1}{3}a - 3$  et  $-2b + 4$ .

2) a) Encadrer chacune des expressions suivantes :  $a^2 + b^2$ ,  $\frac{1}{ab}$  et  $a^2 - b^2$ .

b) Comparer les réels suivant :  $\frac{a^2 + b^2}{ab}$  et  $\frac{a^2 - b^2}{ab}$ .

c) Montrer que :  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} < \frac{5}{ab}$ .

---

**EXERCICE N°6** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $\frac{3}{4}x + 1 = -3x$     b)  $(2x-3)(x+1) + (2x-3)(5x+2) = 0$     c)  $(5x-1)(2x+3) = (x+1)(10x+3)$

d)  $(2x+1)(x+3) - (x^2+6x+9) = x^2-9$     e)  $(x-2)^2 = \frac{9}{4}(x+1)^2$     f)  $x^3+27+(x+3)(x-9)=0$

g)  $27x^3(x+3)-12(x^2+3x)=0$     h)  $\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{3}{4}$     i)  $\frac{4x+5}{2x+1} = \frac{6x+7}{3x-6}$     j)  $|x^2+2x| - |x+2| = 0$

k)  $|x^2+2x| + |x+2| = 0$     l)  $|2x-1| = x+2$     m)  $\frac{|3x-1|-5}{|3x-1|+5} = \frac{1}{2}$     n)  $\sqrt{2x-1} = 3$

o)  $\sqrt{\frac{|x|+3}{|x|}} = \sqrt{2}$     p)  $3x-4 = \sqrt{x^2-4x+4}$     q)  $\sqrt{2x+3} = \sqrt{2-x}$     r)  $\sqrt{3x^2+1} = 1-2x$

**EXERCICE N°7** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

1)  $\frac{-2}{3}x + 1 < 0$     2)  $\frac{-3x+2}{-3} - \frac{1}{2} \geq \frac{-5}{3}$     3)  $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(x-2)(x+3)}{2} < \frac{(5x-1)(x-4)}{6}$

4)  $(2x-1)(-3x+4) \geq 0$     5)  $x^2(1-x)(2x+8) \leq 0$     6)  $x^2 < 4$     7)  $(4-x^2)(-3x+7) > 0$

8)  $(1+x^2)(1-x^2) > 0$     9)  $9-x^2 > 3+x$     10)  $(-4x+5)(2x-3) \leq (-4x+5)(2-7x)$     11)  $x^2-3x+2 < 0$

---

**EXERCICE N°8** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes :

a)  $|2x+3| \leq -3$     b)  $|2x+3| \geq -1$     c)  $|2x+3| \leq 5$     d)  $|2x+3| \geq 2$     e)  $\frac{|x|+3}{|x|-2} \leq 0$

f)  $(2x-1)(1-x) > 0$     g)  $\frac{x^2-4x}{1-x} \leq 0$     h)  $\frac{5-2x}{1-x} > 0$     i)  $\sqrt{\frac{5-2x}{1-x}} < 1$

---