LS :02/03/34
Goubellat

Date :12/05/2017
Classe : 4^{eme} année
Prof :Hamdi

Devoir de synthèse N°2

Section: Sciences Expérimentales

Epreuve: Mathématique

Durée:3h **Coefficient:3**

EXERCICE N° 1 (4 Pts)

Un athelète participe dans deux courses C_1 5000 mètres et C_2 10000 mètres
La probabilité pour que cet athelète gagne la premiere course C_1 est 0,4 ;celle pour qu il gagne la course C_2 sachant qu il a gagné la course C_1 est 0,6 et la probabilité pour que cet athelète gagne la course C_2 sachant qu il n'a pas gagné la course C_1 est 0,2

On note par:

A " l'athelète gagne la course C_1 "

B " l'athelète gagne la course C_2 "

1 °) a ° / Donner un arbre qui illustre les données ci_ dessus

b ° / Calculer la probabilité pour que cet athelète gagne la course C_1 et la course C_2

c ° / Calculer la probabilité pour que cet athelète gagne la course C_2

d ° / Calculer la probabilité pour que cet athelète gagne la course C_1 sachant qu il a gagné la course C_2

2 °) Lorsque l'athelète gagne la course C_1 il aura 100 mille dinars et lorsque il gagne la course C_2 il aura 150 mille dinars

Quel est le revenue moyen de cet athelète

3 °) Cet athelète participe dans ces deux courses C_1 et C_2 4 fois de suite ,le résultats de chaque participation est indépendant de l'autre

Calculer la probabilité pour que cet athelète gagne au moins deux fois les deux courses

EXERCICE N° 2 (4 Pts)

1 °) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $Z^2 - (e^{i\theta} + e^{-i\theta})Z + 1 = 0$
avec $\theta \in \left]0, \pi\right[$

a ° / Calculer $(e^{i\theta} - e^{-i\theta})^2$

b ° / Résoudre l'équation (E)

2 °) On donne $P(Z) = Z^3 - (e^{i\theta} + e^{-i\theta} - 1)Z^2 - (e^{i\theta} + e^{-i\theta} - 1)Z + 1$

a ° / Calculer P (- 1)

b ° / Trouver les nombres complexes b et c tels que :

$P(Z) = (Z + 1)(Z^2 + bZ + c)$

c ° / En déduire les solutions de l'équation : $P(Z) = 0$

3 °) On donne dans le plan complexe P rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{U}, \vec{V})$

les points A ; B et C d'affixes respectives $Z_A = -1$; $Z_B = e^{i\theta}$ et $Z_C = e^{-i\theta}$

a ° / Montrer que ABC est un triangle isocèle en A

b ° / Verifier que $\dfrac{e^{i\theta} + 1}{e^{-i\theta} + 1} = e^{i\theta}$

c ° / Trouver θ pour que ABC rectangle en A

EXERCICE N° 3 (4.5 Pts)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{J}, \vec{K})$, on considère les points $A(1, 1, 1)$; $B(-1, 0, -5)$ et C tels que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{J} - \vec{K}$

1 °) a ° / Verfier que les coordonnées de C est $(0, 1, -1)$

b ° / Montrer que A , B et C forment un plan P d'équation : $2x + 2y - z - 3 = 0$

2 °) On donne $D(2, 2, 2)$

a ° / Montrer que l'aire de triangle ABC est $\dfrac{3}{2}$

b ° / Déterminer le volume de tétraèdre ABCD

c ° / En déduire la distance entre D et le plan P

3 °) Soit $S = \left\{ M(x, y, z) \text{ tel que : } x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 3y + z + \dfrac{1}{2} = 0 \right\}$

a ° / Montrer que S est une sphère de centre $I\left(-1, \dfrac{3}{2}, -\dfrac{1}{2}\right)$ et de rayon $\sqrt{3}$

b ° / Montrer S et P se coupent suivant un cercle ξ dont on déterminera le rayon

c ° / Déterminer la représentation paramétrique de la droite Δ passant par I et perpendiculaire à P

d ° / En déduire les coordonnées de point H centre de cercle ξ

EXERCICE N° 4 (2.5 Pts)

On considère les fonctions f et g définies sur $\left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right[$ par : $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$ et

$g(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x} - 2\cos x \sin x}$

Soit $a \in \left[\dfrac{\pi}{2}, \pi\right[$; $C_1 = \left\{ M(x, y) \text{ tel que : } y = f(x) \text{ et } x \in \left[\dfrac{\pi}{2}, a\right] \right\}$ et

$C_2 = \left\{ M(x, y) \text{ tel que : } y = g(x) \text{ et } x \in \left[\dfrac{\pi}{2}, a\right] \right\}$

On désigne par V_1 le volume engendré par la rotation de C_1 autour de (OX) et par V_2 le volume engendré par la rotation de C_2 autour de (OX)

1 °) Montrer que $V_1 = \pi \operatorname{Log}\left(\dfrac{2a}{\pi}\right)$

2 °) Montrer que $V_2 = V_1 - \pi (\sin^2 a - 1)$

3 °) Déterminer a pour que $V_1 = V_2$

EXERCICE N° (5 Pts)

I °) On donne ci_dessous le tableau de variation de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g (x) = x e^{x} - 1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
g (x)	-1	$\searrow$	$-\frac{1}{e} - 1$	$\nearrow$	$+\infty$

1 °) Montrer que g (x) = 0 admet une unique solution $\alpha \in \left] -1 , +\infty \right[$

2 °) Verifier que $\alpha \in \left] \frac{1}{2} , 1 \right[$

3 °) En déduire le signe de g (x)

II °) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f (x) = \dfrac{e^{x} - x}{e^{x} + 1}$

1 °) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f (x) = 1$; Interpréter graphiquement le résultats

2 °) a ° / Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f (x)$

b ° / Verifier que $f (x) = \dfrac{xe^{x} + e^{x}}{e^{x} + 1} - x$

c ° / En déduire que C_f admet une asymptote oblique Δ au voisinage de ($-\infty$)

d ° / Etudier la position relative de C_f et Δ

3 °) a ° / Montrer que pour tout réel x , $f ' (x) = \dfrac{g (x)}{(e^{x} + 1)^2}$

b ° / Dresser le tableau de variation de f

4 °) a ° / Montrer que $f (\alpha) = 1 - \alpha$

b ° / Tracer C_f et Δ

BONNE CHANCE