

Exercice n°1: (4,5 points)

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre hebdomadaire de visiteurs d'un musée au cours des sept premières semaines suivant sa création.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441

- 1) a) Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal, en prenant pour unités 1 cm pour une semaine sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 50 visiteurs sur l'axe des ordonnées.
 - b) Déterminer les coordonnées du point moyen du nuage G (on arrondira l'ordonné à l'unité).
- 2) a) Déterminer l'équation la droite de régression de y en x . (Coefficients arrondie à l'unité).
 - b) Un tel ajustement est-il justifié?
 - c) Déterminer le nombre de visiteurs lors de la douzième semaine.
- 3) En remarquant que l'augmentation du nombre de visiteurs est plus faible sur les dernières semaines, on pense à faire un ajustement de type « logarithmique ». Pour cela, on pose : $z = \ln(x)$

a) Compléter ce tableau en arrondissant les résultats obtenus à 10^{-3} près.

Rang de la semaine x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(x_i)$	0	0,693			1,609		
Nombre de visiteurs y_i	205	252	327	349	412	423	441

- b) Déterminer une équation de la droite de régression de y en Z . (Coefficients arrondies à l'unité)
- c) À l'aide de ce nouvel ajustement, déterminer le rang de la semaine au cours de laquelle le nombre prévisible de visiteurs dépassera 800.

Exercice n°2: (5 points)

Une infection touche 5% des moutons d'une ferme.

1) On choisit 10 moutons au hasard et note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre des moutons infectés. Calculer la probabilité de ces événements :

- a) Deux moutons qui sont infectés.
- b) Au moins un mouton qui est infecté.
- c) Quelle est le nombre moyen des moutons infectés parmi 1000.

2) Le vétérinaire effectue des tests de dépistage qui donnent ces résultats.

* la probabilité qu'un mouton ait un test positif sachant qu'il est infecté est de 0,8.

* lorsque le mouton n'est pas infecté, la probabilité d'avoir un test négatif est de 0,9.

On note : M « le mouton est infecté » et P « le test est positif »

- a) Calculer la probabilité de choisir un mouton infecté et qui a un test positif.
- b) Calculer la probabilité de l'événement P .
- c) Quelle est la probabilité qu'un mouton soit infecté sachant qu'il a un test positif.

3) La durée en année de vie d'un mouton Y suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,6$.

- a) Quelle est la probabilité que un mouton vie plus que 3 ans.
- b) Quelle est la probabilité qu' un mouton meure avant 18 mois.
- c) Sachant qu'un mouton est en vie depuis 2 ans , quelle est la probabilité qu'il est encore moins de 5 ans.

Exercice n°3: (3,5 points)

Le nombre $N(t)$ de noyaux d'un corps radioactif à l'instant t (exprimé en années) vérifie l'équation différentielle (E) : $y' = -\lambda y$ où λ la constante radioactive du corps.

1 a) Résoudre l'équation différentielle (E)

b) Soit N_0 le nombre de noyaux du corps à l'instant $t = 0$. Vérifier que $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$.

2. La période radioactive ou la demi-vie de ce corps est le temps T , nécessaire pour qu'un échantillon n'en contienne que la moitié $\frac{N_0}{2}$.

a) Exprimer la période T en fonction de λ .

b) Sachant que la période T du carbone 14 est de l'ordre de 5570 ans, vérifier que sa constante radioactive $\lambda = 12 \times 10^{-5}$ prés.

c) Calculer l'âge d'un échantillon du bois carbonisés qui contient 35% du nombre initial du carbone 14.

d) Après 3000 ans , le nombre de noyaux de cet échantillon égale à 500. Calculer le nombre initial N_0 .

Exercice n°4: (7 points)

A) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$

1) Etudier le sens de variation de g .

2) Calculer $g(0)$ puis déduire que pour tout réel x on a : $g(x) \geq 0$

B) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x + 1)e^{-2x} + x + 1$ et C_f sa courbe représentative.

1) Montrer que $f'(x) = e^{-2x} g(x)$.

2) Dresser le tableau de variation de f .

3) a) montrer que la droite $D: y = x + 1$ est une asymptotes à C_f au voisinage de $+\infty$.

b) Etudier la position relative de C_f et D .

4) Etudier la nature de la branche infinie de C_f au voisinage de $-\infty$.

5) a) Montrer que $f''(x) = 4xe^{-2x}$ puis déduire que C_f admet un point d'inflexion I .

b) Déterminer une équation de la tangente T au point I .

6) Tracer dans un repère orthonormé C_f ; T et D .

7) a) Par une intégration par partie montre que : $\int_0^1 xe^{-2x} dx = \frac{1}{4} - \frac{3}{4}e^{-2}$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par C_f , D et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

Bon travail