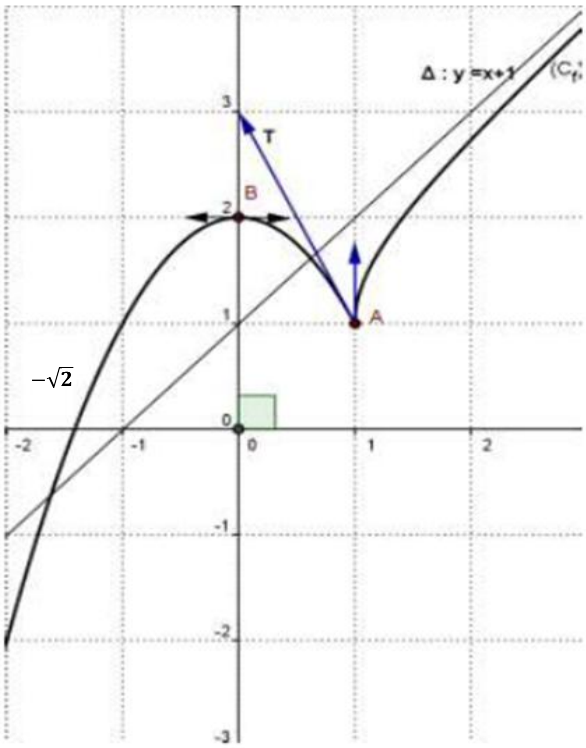
Devoir de Controle N°2 *Mathématiques*	L.C.KESRA – L.S.KESRA
	Date : 16 / 02 /2016
	Durée : 2 Heures
Séction : $4^{ème}$ Sciences expérimentales	Prof : B.Tmim – B.Allala

Exercice N°1(3Pts) :

La courbe ci-contre est celle d'une fonction f définie sur IR et qui admet une asymptote Δ: $y = x + 1$ au voisinage de $+\infty$.



1) Par lecture graphique déterminer :

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x]$

b) $\lim_{x\to1^+} \frac{f(x)-1}{x-1}$; $\lim_{x\to1^-} \frac{f(x)-1}{x-1}$

2) Calculer : $(f^{-1})'_g(1)$

3) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $]-\infty , 1]$ et G une primitive de g sur $]-\infty , 1]$, donner les variations de G sur $]-\infty , 1]$.

Exercice N°2 (6Pts) :

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct$(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit les points A(-1,1,1) ; B(1,0,-1) et C(1,1,0).

1) a) calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$, puis en déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés.

b) Montrer que le plan P=(ABC) a pour équation : $x - 2y + 2z + 1 = 0$.

2) Soit I (2, 4 , -2) un point de l'espace .

a) Montrer que IABC est un tétraèdre puis calculer son volume.

b) Ecrire une représentation paramétrique de la droite D passant par I et perpendiculaire au plan P.

c) Montrer que la droite D coupe le plan P au point H (3, 2, 0).

3) Soit S l'ensemble des points M(x, y, z) tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y + 4z - 1 = 0$.

a) Montrer que S est une sphère de centre I dont on précisera le rayon R .

b) Montrer que le plan P coupe la sphère S suivant un cercle (ζ) de centre H dont on précisera le rayon.

c) Vérifier que le point E(2,1,2) appartient à S puis écrire une équation cartésienne du plan Q tangent à S en E.

Exercice N°3 (5.5Pts) :

Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 4x + 5}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1) Montrer que la droite $\Delta : x = 2$ est un axe de symétrie de la courbe (C).

2) Soit F la primitive de f sut IR qui s'annule en 2 et (Γ) sa courbe représentative selon $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On désigne par G la fonction définie sur IR par $G(x) = F(4 - x) + F(x)$.

a) Montrer que G est dérivable sur IR et calculer $G'(x)$. En déduire que $G(x) = 0$ pour tout réel x.

b) Montrer que le point I(2 , 0) est un centre de symétrie de (Γ) .

3) Soit H la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ par $H(x) = F(2 + tg(x))$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $H'(x)$, $\forall\, x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$.

b) En déduire que $H(x) = x$ pour tout x de $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, puis calculer $F(1)$.

Exercice N°4 (5.5Pts) :

Soit g la fonction définie sur $]-1; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}$

1) a) Montrer que $g'(x) = \dfrac{6x}{(x+1)^4}$.

b) Dresser le tableau de variation de g sur $]-1; +\infty[$ puis en déduire $g(x) \geq 0$, $\forall\, x \in]-1, +\infty[$.

2) Soit f la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{(x+1)^2}$

a) Montrer que f est la primitive de g sur $]-1; +\infty[$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Montrer que f réalise une bijection de $]-1; +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Etudier la dérivabilité de (f^{-1}) sur J .

4) a) Montrer que la droite $D : y = x - 2$ est une asymptote à (Cf) au voisinage de $+\infty$

b) Montrer que (Cf) admet un point d'inflexion que l'on précisera et tracer (Cf) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Bon Travail