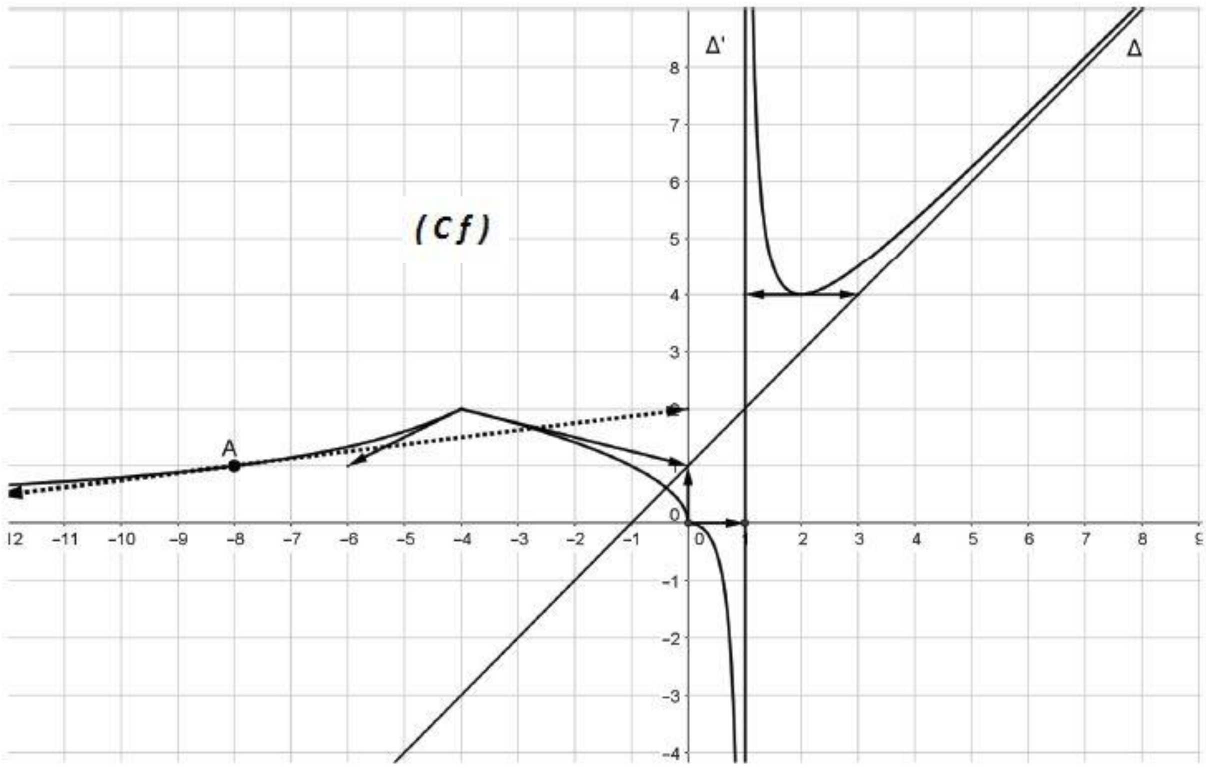
Lycée Houmet Souk Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Synthèse N : 1 Durée : 2 Heures	3 sciences 3 06 Janvier 2017

EXERCICE N : 1 (4 points)



*La figure ci-dessus contient la représentation graphique **(C f)** d'une fonction f .*

1) Détermine $\mathbf{D_C}$ le domaine de continuité de f .

2) Déterminer :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \quad ; \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) \quad ; \quad \lim_{x\to 1^-} f(x) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty} (f(x)-x)$$

$$f'(2) \quad ; \quad f'_g(-4) \quad ; \quad f'_d(-4) \quad ; \quad \lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)}{x} \quad \text{et} \quad \lim_{x\to -8} \frac{f(x)-1}{x+8} \quad .$$

4) En utilisant l'approximation affine estimer $f(-3.98)$.

5) Donner le nombre de solution(s) de l'équation : $f(x) = x + 1$. Justifier votre réponse .

EXERCICE N : 2 (2.5 points)

Pour chacune des questions suivantes , une seule des trois réponses proposées est exacte . Sans justification , le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie .

1) Le plan est orienté , $(\widehat{\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{2017\pi}{2016} [2\pi]$. La mesure principale de $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$ est :

a) $\frac{\pi}{2016}$ **b)** $-\frac{2015\pi}{2016}$ **c)** $\frac{2015\pi}{2016}$

2) Le plan est orienté , si $(\widehat{\vec{u} ; \vec{v}}) \equiv \frac{2\pi}{7} [2\pi]$ alors :

a) $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv -\frac{5\pi}{7} [2\pi]$ **b)** $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv \frac{5\pi}{7} [2\pi]$ **c)** $(\widehat{3\vec{v} ; -2\vec{u}}) \equiv -\frac{2\pi}{7} [2\pi]$

3) $\cos\left(\frac{11\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) =$

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $-\frac{1}{4}$ **c)** 0

4) $\sin\left(\frac{11\pi}{2} - x\right) =$

a) $\cos(x)$ **b)** $\sin(x)$ **c)** $-\cos(x)$

5) $\sin(6x) =$

a) $3\sin(2x)\cos(2x)$ **b)** $2\sin(3x)\cos(3x)$ **c)** $6\sin(x)$

EXERCICE N : 3 (3.5 points)

Le plan est muni du repère orthonormé direct **R** $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

On donne les points $A(3\sqrt{3}, 3)$; $B(3\sqrt{3}, -3)$ et $C(4\sqrt{3}, 0)$.

1) Calculer $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}$ puis déduire $\cos(\widehat{ACB})$ et $\widehat{ACB}$.

2) a) Déterminer les coordonnées polaires de A et B.

b) Construire les points A et B dans le repère **R** .**(Laisser les traces de constructions apparentes)**

3) a) Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

b) Déduire que le triangle OAB est équilatéral . Justifier

EXERCICE N : 4 (5 points)

I) Montrer que : $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \cos(3\pi - x) + \cos\left(\frac{13\pi}{2} + x\right) - \sin(x - \pi) = 0$.

II) Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^2 x - \sqrt{2}\cos x$.

1) Calculer : $f(0)$; $f(7\pi)$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f\left(\frac{3\pi}{4}\right)$.

2) Montrer que : $2\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{8}-3}{4}$.

3) a) Montrer que pour tout $x \in IR$ on a : $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{2}\sin x$.

b) Calculer $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ puis déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

c) Résoudre dans IR puis dans $[0, 2\pi]$ l'équation : $f(x) = 0$.

EXERCICE N : 5 (5 points)

On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+4} & \text{si } x \le 0 \\ \dfrac{-x^2-x+2}{x+1} & \text{si } x > 0 \end{cases}$

On désigne par **(C f)** sa courbe représentative dans le repère orthonormé **R** $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Vérifier que f est continue en 0.

b) Etudier dérivabilité de f en 0.

c) Donner une équation cartésienne de la demi-tangente à **(C f)** à droite du point A d'abscisse 0.

2) a) Montrer que la droite $\Delta : y = -x$ est une asymptote à **(C f)** au voisinage de $-\infty$.

b) Préciser la position relative de **(C f)** par rapport à Δ sur $]-\infty ; 0]$.

3) Soit g la restriction de f sur $]-\infty ; 0]$ et **(Cg)** sa courbe représentative dans le repère **R** .

a) Montrer que pour tout $a \in]-\infty ; 0[$; $g'(a) = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+4}}$.

b) Déterminer les coordonnées du point B de **(C g)** dont la tangente est perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}$: $y = \sqrt{3}x + 2$.