L.S :02/03/34 Goubellat Date : 02/11/2016 Classe : 4^{eme} *année* Prof :Hamdi	**Devoir de Contrôle N°1** **Section : Sciences de l'informatique** **Epreuve : Mathématiques** **Durée : 2h** **Coefficient :3**

EXERCICE N° 1 (4 Pts)

Une fonction f est définie et continue sur $\mathbb{R}-\{4\}$ et dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$			4		$+\infty$
f (x)	$+\infty$ ↘	1	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	3

On note par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1°) a°/ Montrer que l'équation : f (x) = 0 admet une seule solution a dans $IR-\{4\}$.

b°/ Etudier le signe de f(x) suivant les valeurs de x.

2°) Lorsque cela est possible déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{f(x)}\quad ;\quad \lim_{x\to-\infty}\sqrt{f(x)}\ ;\quad \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)}\quad \text{et}\quad \lim_{x\to4}\frac{1}{f(x)}$$

3°) Répondre par vrai ou faux sans justification.

a°/ 1 est un minimum local de f.

b°/ 3 est un maximum local de f.

c°/ La droite d'équation x = 4 est une asymptote à (C).

d°/ La droite d'équation y = 3 est une asymptote à (C).

EXERCICE N° 2 (6 Pts)

1°)Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x + \sin 2x$

a°/ Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $x - 1 \le g(x) \le x + 1$

b°/En déduire $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} g(x)$

2°) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{g(x)}{x} & \text{si } x \succ 0 \\ x^4 - x^3 + 3 & \text{si } x \le 0 \end{cases}$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{I}\,;\vec{J})$

a°/ Montrer que f admet une limite en 0.

b°/ Montrer que pour tout : $x \ge 0$ on a : $\dfrac{x-1}{x} \le f(x) \le \dfrac{x+1}{x}$

c°/ En déduire $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

Interprète géométriquement le résultat

3°) Déterminer : $\lim_{x \to -\infty} g \circ f(x)$; $\lim_{x \to +\infty} f \circ g(x)$ et $\lim_{x \to 0} f \circ g(x)$

EXERCICE N° 3 (4 Pts)

On donne les nombre complexes : $Z_1 = 1 + i$; $Z_2 = 2 - i$ et $Z_3 = -1$

1°) Calculer $\dfrac{|Z_1 - Z_2|}{|Z_1 - Z_3|}$ et $(Z_1 - Z_2)\overline{(Z_1 - Z_3)}$

2°) Dans le plan complexe muni dun repère orthonormé

a°/ Placer les points A, B et C d'affixes respectives Z_1; Z_2 et Z_3

b°/ Montrer que le triangle ABC est rectangle et isocèle

EXERCICE N° 4 (6 Pts)

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{U}, \vec{V})$

On désigne par A le point d'affixe i et par B le point d'affixe - 2 i

Soit f l'application de P- $\{A\}$ dans P qui à tout point M d'affixe Z on associe le point M ' d'affixe le nombre complexe

$$Z' = \frac{2Z - i}{iZ + 1}$$

1°) a °) Ecrire Z ' sous forme cartesienne pour $Z = 1 + i$

b °) Déterminer Z pour que $Z' = 1 + 2i$

2 °) Déterminer les ensembles suivantes

a °) $E = \{M(Z) / Z' \text{ est réel}\}$

b °) $F = \{M(Z) / |Z'| = 2\}$

3 °) a °) Montrer que $(Z' + 2i)(Z - i) = 1$

b °) En déduire que lorsque M appartient au cercle (C) de centre A et de rayon 1 alors M' appartient à un cercle (C') que l'on précisera

4 °) Soit T le point d'affixe $\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \left(1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) i$

a °) Calculer l'affixe de vecteur $\overrightarrow{AT}$

b °) En déduire que T appartient à (C)

BONNE CHANCE