Lycée Cité Nozha Zaghouan	Devoir De Contrôle N°2	Mr KHEMIRI Fawzi
Année Scolaire:2014/2015	Durée: 2 heures	Classe: 4 Sciences Expérimentales

Exercice 1 (4,5 pts)

A) Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux **sans** justification.

Soient *A*, *B* et *C* trois points non alignés de l'espace orienté.

1. L'ensemble des points *M* de l'espace tels que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{AB}=0$ est le plan médiateur du segment $[AB]$.
2. L'ensemble des points *M* de l'espace tels que $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\wedge\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ est une droite.
3. L'ensemble des points *M* de l'espace tels que $\left(\overrightarrow{MA}\wedge\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{MC}=0$ est une sphère.

B) Q.C.M

Pour chaque énoncé choisir la seule réponse exacte **sans** justification.

1. La fonction *F* définie par $F(x)=x.\sqrt{x^2+1}$ est une primitive sur $\mathbb{R}$ de:

   a) $x\mapsto\sqrt{x^2+1}$. **b)** $x\mapsto\frac{1}{3}\left(1+x^2\right)\sqrt{1+x^2}$ **c)** $x\mapsto\frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

2. Soit $g(x)=\cos 2x$. Un centre de symétrie de la courbe de *g* dans un repère orthogonal est:

   a) $I\left(\frac{\pi}{4},0\right)$ **b)** $J\left(\frac{\pi}{2},-1\right)$ **c)** $K(\pi,1)$

3. La courbe de la fonction *h* définie par $h(x)=x+\frac{1}{x^2-1}$ admet:

   a) une seule asymptote **b)** deux asymptotes **c)** trois asymptotes

Exercice 2 (6,5 pts)

Soit *f* la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par $f(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. Trouver les réels *a* et *b* tels que $f(x)=a+\frac{b}{(x-1)^2}$ pour tout réel $x\neq 1$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. En déduire les asymptotes à $\mathscr{C}$.
3. Montrer que la droite $\Delta : x=1$ est un axe de symétrie de la courbe $\mathscr{C}$.
4. Soit *g* la restriction de *f* à l'intervalle $I=\left]1,+\infty\right[$.

   a) Dresser le tableau de variation de *g*.

   b) Montrer que *g* est une bijection de *I* sur $J=\left]-\infty,1\right[$.

   c) Montrer que $g^{-1}(x)=1+\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ pour $x\in J$.
5. Calculer chacune des deux intégrales $A=\int_{\frac{3}{2}}^{2}f(x)dx$ et $B=\int_{-3}^{0}g^{-1}(x)dx$.

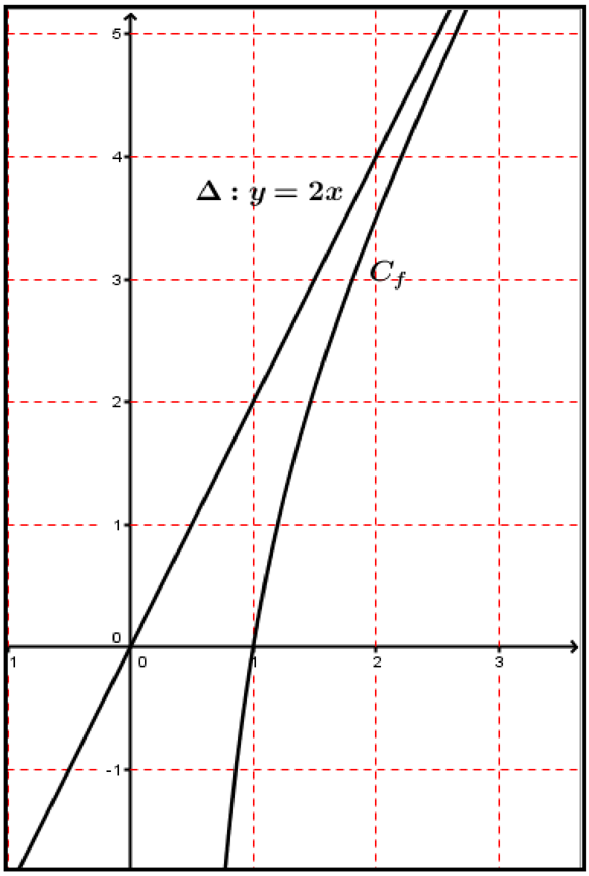
Exercice 3 (6 pts)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On donne les points $A(1,1,2)$; $B(2,2,0)$; $C(0,2,2)$; $D(2,3,2)$ et I le milieu de $[BC]$.

1. **a)** Déterminer les coordonnées du point *I*.
   b) Montrer que le triangle *ABC* est rectangle en *A*. En déduire le cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle *ABC*.
2. **a)** Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
   b) En déduire que le plan (*ABC*) a pour équation cartésienne $x+y+z-4=0$.
3. Soit Δ la droite dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 1+\alpha \\ y = 2+\alpha \\ z = 1+\alpha \end{cases}$; $\alpha \in \mathbb{R}$.
   a) Vérifier que *I* est un point de Δ.
   b) En déduire que Δ est l'axe du cercle $\mathscr{C}$ circonscrit au triangle *ABC*.
4. **a)** Calculer le volume du tétraèdre *DABC*.
   b) Calculer la distance du point *D* au plan (*ABC*).
5. Soit (*S*) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ tels que $x^2+y^2+z^2-4x-6y-4z+12=0$.
   a) Montrer que (*S*) est une sphère dont on précisera le centre et le rayon R.
   b) Montrer (*S*) passe par *A*, *B* et *C*. En déduire l'intersection de la sphère (*S*) et le plan (*ABC*).

Exercice 4 (3 pts)



La courbe ci-contre représente une fonction *f* continue et dérivable sur $]0,+\infty[$. La fonction *f* est strictement croissante.

La droite Δ est une asymptote à C_f en $+\infty$.

L'axe des ordonnées est une asymptote verticale à C_f.

Les réponses seront basées sur la lecture graphique.

1. Recopier et compléter les phrases suivantes:
   ✓ *f* est une bijection de $]0,+\infty[$ sur
   $f\left(]0,+\infty[\right) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$.
   ✓ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \ldots\ldots\ldots$ et $\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)-2x\right) = \ldots\ldots$
   ✓ $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{f(x)-2x}\right) = \ldots\ldots$
2. Soit *F* la primitive de *f* sur $]0,+\infty[$ telle que $F(1)=3$.
   a) Dresser le tableau de variation de *F*.
   b) Sachant que $F(2)=5$, Donner la valeur de $\int_1^2 f(x)dx$.