Mathématiques	Devoir de contrôle n°1	
Lycée Ibn Rochd Menzel Bourguiba		
3 ème math / Mardi :03-11-2015	Durée : 120 minutes	Prof : WALID Jebali

Exercice 1 :(6points)

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2x+1}{x+1} & \text{si } x\in\left]-\infty;-1\right[\\ \dfrac{|x|}{2}+\dfrac{1}{2} & \text{si } x\in\left[-1;0\right[\\ \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & \text{si } x\in\left]0;+\infty\right[\end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de f
2) Etudier la continuité de f en (-1).
3) a/ Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$
   b/ f est-elle continue en 0 ?
   c/ f est-elle prolongeable par continuité en 0 ? si oui donner ce prolongement.
4) Montrer que f est minorée par 0 et majorée par $\frac{1}{2}$ sur $\left]0;+\infty\right[$.
5) Montrer que f est décroissante sur $\left]0;+\infty\right[$
6) Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+x}{2x} & \text{si } x\in\left]-\infty;0\right[\\ \dfrac{1}{2} & \text{si } x=0 \\ \mathrm{f}(x) & \text{si } x\in\left]0;+\infty\right[\end{cases}$
   a) Montrer que g est continue en 0.
   b) Montrer que l'équation $g(x)=\frac{1}{4}x$ admet dans $\left]1;2\right[$ une unique solution α

Exercice 2 :(4points)

Dans **la figure 1 en Annexe** on a la representation graphique C_f d'une fonction définie sur $[-1,5]$.

1) Calculer graphiquement : $f(-1)$ et $f(5)$
2) Préciser les intervalles ou f est continue
3) Calculer graphiquement : $f(2)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$
4) Déterminer $f\left(\left[-1,2\right[\right)$ et $f\left([0,2]\right)$.
5) Discuter suivant le paramétre m le nombre des solutions de l'équation $f(x)=m$.
6) Préciser les intervalles ou la fonction $h=|f|$ est continue et tracer sa courbe.
7) Déterminer graphiquement $h([0;3])$

Exercice3 :(4points)

ABCD est un carré direct tel que $AB = a\sqrt{3}$ et E un point du segment $[AB]$ tel que $\widehat{ADE} = \frac{\pi}{6}$ et AEG un triangle rectangle isocèle en A **(Voir figue 2 annexe)**

1) Calculer $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE}$.
2) Déduire le calcul de DE et monter que $AE = a$
3) Montrer que $(DE) \perp (BG)$
4) Soit O le milieu de $[AC]$.
   a) Montrer que pour tout point M du plan on a : $MA^2 + MC^2 = 2MO^2 + \frac{AC^2}{2}$.
   b) Déterminer alors et construire l'ensemble des points M du plan tel que : $MA^2 + MC^2 = 9a^2$
5) On considère le repère orthogonal direct $\left(A, \overrightarrow{AG}, \overrightarrow{AE}\right)$
   a) Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{DE}$ puis déduire que $(DE) \perp (BG)$

Exercice 4 :(3points)

La figure 3 en annexe représente un cercle trigonométrique de centre A ;ABC et ADE sont deux triangles équilatéraux et ACD rectangle en A.

1) Déterminer la mesure principale de chacun des angles : $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}\right)$; $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EB}\right)$; $\left(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{BC}\right)$.
2) Montrer que : $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EB}$ sont colinéaires.
3) Montrer que : $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont orthogonaux.
4) Montrer que : $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}\right) \equiv \frac{-119\pi}{6} [2\pi]$

Annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom :................................. numéro :.......

QCM :(3points)

Pour chacune des questions suivantes une seule de trois réponses proposées est exacte. Entourer la réponse exacte

1) ABC est un triangle tel que :AB=2 , AC=3 et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=4$ alors ABC est rectangle en

a) A b) B c) C

2) Soient A et B deux points du plan l'ensemble $\{M \in P \quad \text{tel que} \quad \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{AB}=1\}$ est

a) une droite b) un cercle c) un segment

3) MNP un triangle et I le milieu de [MN] tel que $PI=MN=4$ alors : $\overrightarrow{PM}\cdot\overrightarrow{PN}=$

a) 12 b) 0 c) 8

4) L'ensemble de définition de la fonction f : $x \mapsto \dfrac{1}{E(x)-2012}$ est :

a) IR^* b) $IR\setminus\{2012\}$ c) $]-\infty,2012[\cup[2013,+\infty[$

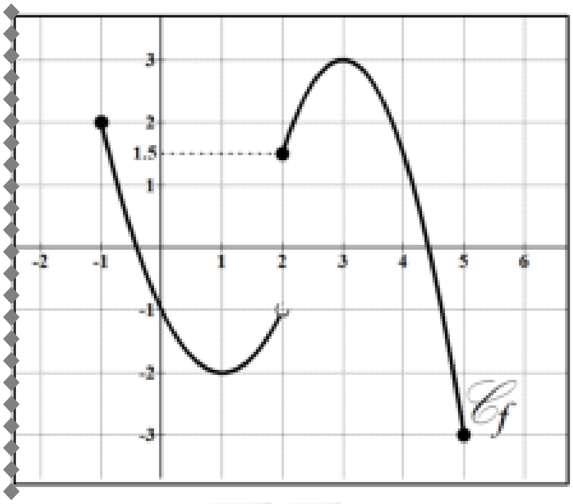

Figure 1

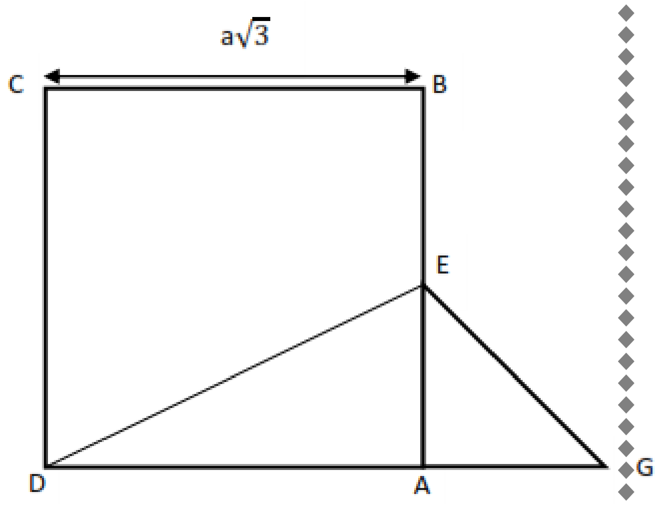

Figure 2

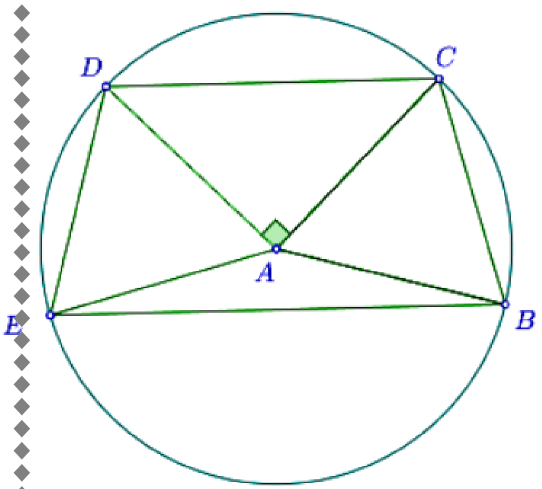

Figure 3