LYCEE HEDI CHAKER SFAX

EPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES

DEVOIR DE SYNTHESE N°1 (1ère TRIMESTRE)

Profs: Ben Amor Moncef
Gouia Semi
Maâlej Med Habib
Triki monia
Ouali Abdelkarim

Année Scolaire : 2014/2015
Classes : 4éme Math , Sc -Tch
Date : Décembre 2014.
Durée : 3 Heures.

L'épreuve comporte deux exercices de chimie et trois exercices de physique répartis sur cinq pages numérotées de **1/5** à **5/5**. La page **5/5** est à remplir par l'élève et à remettre avec la copie.

***/ CHIMIE :**

Exercice N°1 : Estérification hydrolyse
Exercice N°2 : Equilibre chimique

***/ PHYSIQUE :**

Exercice N°1 : Etude d'un document scientifique
Exercice N°2 : Dipôle RL.
Exercice N°3 : Oscillateur électrique libre

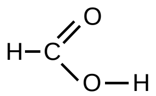
N.B : */ Il est absolument interdit d'utiliser le correcteur.
*/ Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction ainsi que de sa concision.

CHIMIE : (7 points)

EXERCICE N°1 : (3 Points)

On donne : Les masses molaires atomiques : */ $M_H = 1 g.mol^{-1}$ */ $M_C = 12 g.mol^{-1}$ */ $M_O = 16 g.mol^{-1}$

On introduit dans un ballon **0,96 mole** de propan -1-ol , de formule semi développée $CH_3-CH_2-CH_2-OH$ et a moles d'acide méthanoïque de formule semi développée

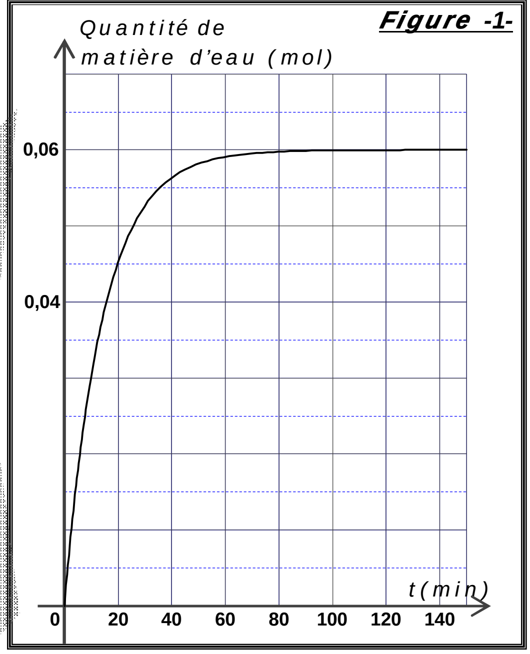


, avec a > 0,96 mole et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré.

Le mélange ainsi obtenu est reparti équitablement sur 12 tubes à essais numérotés de 1 à 12 dont chacun d'eux est muni d'un tube capillaire. A l'instant de date t = 0s , on place les tubes à essais dans un bain -marie à 80°C.

L'analyse de ces mélanges réactionnels au cours du temps permet de tracer la courbe de la **figure -1-** , représentant l'évolution de la quantité de matière d'eau formée en fonction du temps.

Figure -1-



1°) Ecrire l'équation chimique qui symbolise cette réaction en utilisant les formules semi développées. Donner le nom de cette réaction.

2) a) Montrer que l'avancement final dans le mélange initial lorsque l'équilibre dynamique est atteint, a pour valeur $x_f = 0,72 mol$.

b) Définir le taux d'avancement final τ_f. Le calculer. Quel caractère de la réaction est mis en évidence ?

c) Donner l'expression de la constante d'équilibre K en fonction de x_f et a.

d) Sachant que K = 4, calculer a.

3°) A la date t = 100 min , on ajoute au contenu du tube n° 10 une masse m = 1,76 g d'ester.

a) Le système est-il toujours en équilibre ? Justifier. Si non dans quel sens va-t-il évoluer ?

b) Calculer la composition du mélange à l'équilibre.

EXERCICE N°2 : (4 Points)

A une température T, on mélange à un instant de date t = 0, un volume $V_1 = 200$ mL d'une solution aqueuse (S_1) de nitrate d'argent $AgNO_3$ de concentration molaire $C_1 = 0,5$ mol.L^{-1}, et un volume $V_2 = 300$ mL d'une solution aqueuse (S_2) de chlorure de sodium NaCl de concentration molaire $C_2 = 0,5$ mol.L^{-1}. Les ions Ag^+ réagissent avec les ions Cl^-, pour donner le complexe ionique argento-chlorure d'argent $Ag(Cl)_2^-$ selon l'équation :

$$Ag^+ + 2\,Cl^- \underset{❷}{\overset{❶}{\rightleftarrows}} Ag(Cl)_2^-$$

1°) a) Calculer le nombre de mole initial des réactifs n_{01} de Ag^+ et n_{02} de Cl^-.

b) Dresser le tableau descriptif d'évolution du système chimique, en utilisant l'avancement volumique y de la réaction.

2°) A l'équilibre chimique dynamique, on constate que le nombre de mole d'ions Cl^- est égal au nombre de mole d'ions Ag^+.

a) Calculer l'avancement volumique final y_f ainsi que le taux d'avancement final τ_f de cette réaction.

b) Déterminer la composition du mélange à l'équilibre.

c) Montrer que la constante d'équilibre K s'écrit : $K = \dfrac{y_f V^3}{(n_{01} - y_f V)(n_{02} - 2y_f V)^2}$

(avec **V :** volume total du mélange). La calculer.

3°) Le mélange est en état d'équilibre, à la même température T.

On réalise séparément les trois expériences suivantes :

/ EXPERIENCE A :

On ajoute au mélange, à l'équilibre un volume $V_A = 500$mL d'eau pure.

/ EXPERIENCE B :

On ajoute au mélange, à l'équilibre un volume $V_B = 500$mL d'une solution aqueuse contenant 5.10^{-2} mole d'ions Cl^-

/ EXPERIENCE C :

On ajoute au mélange, à l'équilibre un volume $V_C = 500$mL d'une solution aqueuse contenant 10^{-1} mole d'ions Cl^-

Pour chaque expérience, justifier si le mélange reste en état d'équilibre ou il évolue spontanément dans le sens ❶ ou le sens ❷.

PHYSIQUE : (13 points)

EXERCICE N°1 : (1,75 Points) **ETUDE D'UN DOCUMENT SCIENTIFIQUE :**

UN REVEIL EN DOUCEUR

On Commercialise aujourd'hui des réveils appelés «Réveil lumière ou Réveil en douceur».

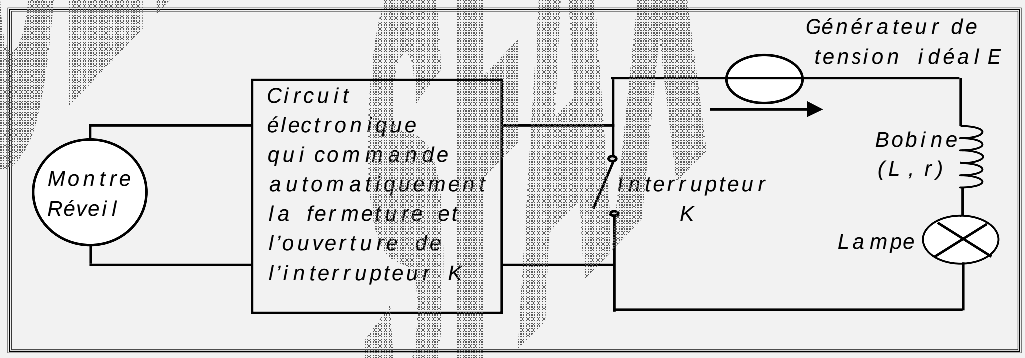
Le concept utilisé est le suivant :

Lorsque l'heure du réveil programmée est atteinte, la lampe diffuse une lumière dont l'intensité lumineuse augmente progressivement jusqu'à atteindre une valeur maximale.

On évite de cette façon l'éveil trop brutal des réveils ordinaires qui te hurle dans les oreilles !!!.

La durée nécessaire pour atteindre la luminosité maximale est modifiable.

Lors d'un atelier scientifique, un groupe d'élèves propose le circuit électrique simplifié d'un réveil en douceur.



D'APRES : RESSOURCES INTERNET

QUESTIONS :

1°) Quel est d'après le texte l'intérêt de ce type de réveil ?

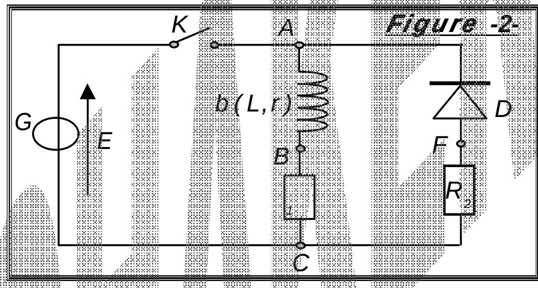
2°) Lorsque l'heure du réveil programmée est atteinte, que se passe t-il ?

3°) « L'intensité lumineuse de la lampe augmente progressivement » Quel est le phénomène physique qui explique cette phrase. L'interpréter.

4°) Comment peut-on modifier les paramètres L et r de la bobine pour augmenter la durée de l'éveil ? Indiquer les précautions à prendre.

(On suppose que La lampe se comporte comme un résistor de résistance R).

EXERCICE N°2 : (5,75 Points)



On réalise le circuit électrique représenté par la **figure -2-**, formé par :

*/ Un générateur de tension idéal G de fem E.

*/ Une bobine b d'inductance L et de résistance r.

*/ Deux dipôles résistors de résistance R_1=110 Ω et R_2.

*/ Un interrupteur K.

*/ Une diode D.

PARTIE I :

A un instant de date t = 0, pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur K. Un oscilloscope à mémoire convenablement branché, permet de visualiser la tension $u_G(t)$ aux bornes du générateur sur la voie Y_1 et la tension $u_{R1}(t)$ aux bornes du résistor R_1 sur la voie Y_2.

On enregistre les oscillogrammes ❶ et ❷ de la **figure -3- de la page 5/5.**

1°) Reproduire le schéma de la **figure -2-** et représenter le branchement de l'oscilloscope.

2°) Identifier les oscillogrammes ❶ et ❷ de la **figure -3- de la page 5/5**. Justifier.

3°) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant i(t) dans le circuit, notée **(I)**.

4°) a) Déterminer l'expression de τ_1 constante de temps du dipôle (r, R_1, L) et de I_0 intensité du courant en régime permanent, pour que $i(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$ soit une solution de l'équation différentielle **(I)**.

b) Déterminer graphiquement la valeur de τ_1. La méthode sera indiquée sur la **figure -3- de la page 5/5**.

5°) a) Donner l'expression de $u_{R_1}(t)$.

b) En exploitant les oscillogrammes ❶ et ❷ de la **figure -3- de la page 5/5**, déterminer E, I_0, r et L.

PARTIE II :

A une date t' = 0, prise comme nouvelle origine des temps, on ouvre l'interrupteur K.

1°) En appliquant la loi des mailles, trouver l'expression de $u_b(0)$ (tension aux bornes de la bobine à t' = 0) en fonction de R_1, R_2, r et E.

2°) Montrer que l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_b(t)$ aux bornes de la bobine, notée **(II)** s'écrit : $\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau_2}u_b = 0$, avec $\tau_2 = \frac{L}{R_1 + R_2 + r}$

3°) Vérifier que $u_b(t) = u_b(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ est solution de l'équation différentielle **(II)**.

4°) Un système d'acquisition de données, relié à un ordinateur permet de tracer la courbe donnant les variations de ln ($-u_b$) en fonction du temps, représentée par la **figure -4- de la page 5/5.** (ln étant la fonction logarithme népérien).

a) Montrer que ln ($-u_b$) s'écrit sous la forme ln ($-u_b$) = a t + b avec a et b deux constantes à exprimer en fonction de $u_b(0)$ et τ_2.

b) Déterminer l'équation de la courbe de la **figure -4- de la page 5/5.**

En déduire la valeur de R_2 et de τ_2. Retrouver la valeur de L.

EXERCICE N°3 : (5,5 Points)

Le circuit de la ***figure -5-*** comporte :

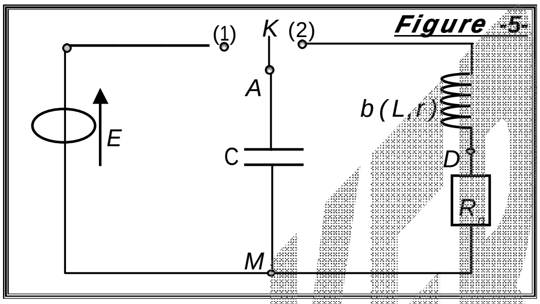
*/ Un générateur de tension idéal de fem E.

*/ Un dipôle résistor de résistance $R_0 = 20\ \Omega$.

*/ Un commutateur K.

*/ Un condensateur de capacité C = 114 nF initialement déchargé.

*/ Une bobine b d'inductance L et de résistance r = 5 Ω.



PARTIE I :

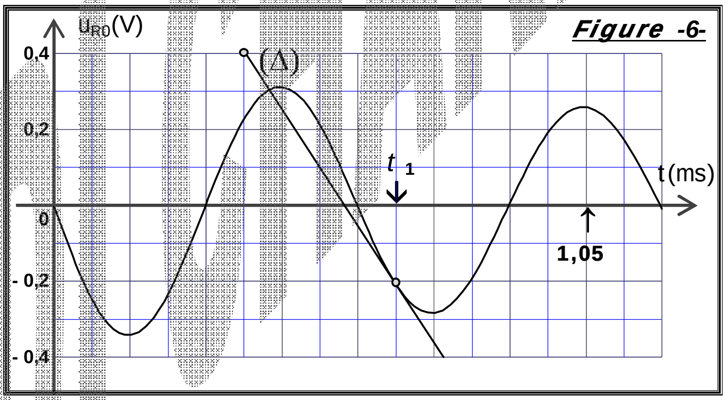
On ferme K sur la position (1), on charge alors le condensateur.

Une fois que ce dernier est complètement chargé, on bascule K sur la position (2) à un instant de date t = 0, pris comme origine des temps. Le circuit formé constitue alors un oscillateur électrique.

1°) En utilisant un oscilloscope à mémoire, on se propose d'étudier l'évolution au cours du temps de la grandeur électrique i(t).

a) Préciser en justifiant la réponse la tension qu'on doit visualiser pour atteindre ce but.

b) Reproduire le schéma de la ***figure -5-***, en y indiquant le branchement de l'oscilloscope à effectuer.



2°) La ***figure -6-*** représente la tension $u_{R0}(t)$.

a) En exploitant la courbe de la ***figure -6-***, déterminer la pseudo période T.

b) En déduire la valeur de L, sachant que $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$

3°) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_{R0}.

4°) a) Donner l'expression de l'énergie totale de l'oscillateur en fonction de q(t) (charge électrique portée par l'armature A du condensateur), $u_C(t)$ (tension aux bornes du condensateur), i(t) intensité du courant circulant dans le circuit et L.

b) Montrer que l'oscillateur est non conservatif.

5°) A l'instant de date $t_1 = \frac{9T}{8}$, On trace la tangente à la courbe $u_{R0}(t)$ notée (Δ).

a) Déterminer à cet instant la tension $u_b(t_1)$ aux bornes de la bobine.

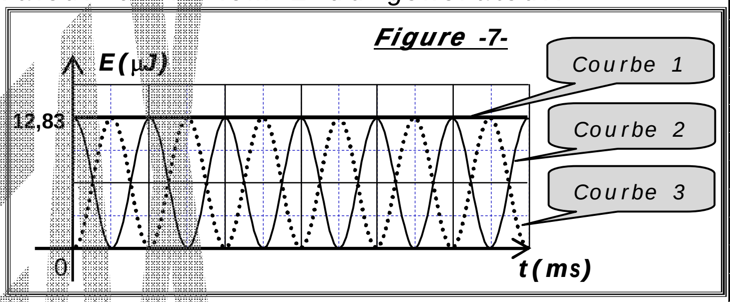
b) Calculer l'énergie totale W de l'oscillateur à cet instant.

c) Sachant que l'énergie thermique W_{th} perdue par effet joule entre les instants de date t = 0 et t_1 vaut 4,96 µJ. Calculer la valeur de la fem E du générateur.

PARTIE II :

Dans le circuit de la ***figure -5-***, on élimine le résistor de résistance R_0, et on suppose que la résistance r de la bobine est négligeable.

On refait la même expérience de la partie I.



Le circuit formé constitue alors un oscillateur électrique libre non amorti. Sur la ***figure -7-***, on a représenté les variations en fonction du temps des énergies emmagasinées dans les deux dipôles (condensateur et bobine), ainsi que l'énergie totale. On obtient les courbes 1, 2, 3 de la ***figure -7-***

1°) Identifier ces trois courbes. Justifier.

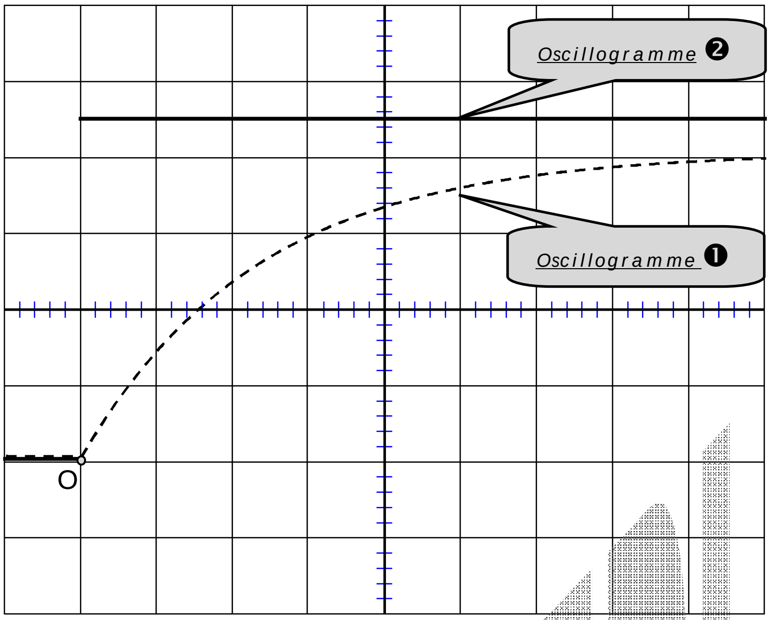
2°) En adoptant une méthode énergétique, établir l'équation différentielle régissant les variations de $u_C(t)$.

3°) Sachant que la charge maximale portée par l'armature A du condensateur est $Q_m = 1,71.10^{-6}$C et en utilisant les courbes de la ***figure -7-***, retrouver les valeurs de C, L et donner la période T_e des énergies.

NOM ET PRENOM : CLASSE :

FEUILLE A REMETTRE AVEC LA COPIE

Figure -3-

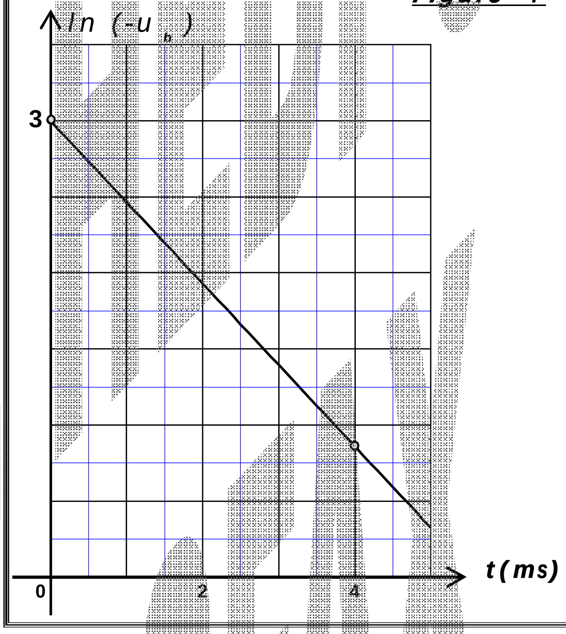


On donne :

*/ Sensibilité verticale pour les deux voies de l'oscilloscope : 2 V/div

*/ Balayage horizontal: 2ms/div

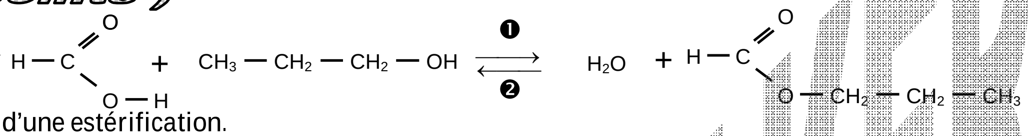
Figure -4-



CHIMIE : (7 points)

EXERCICE N°1 : (3 Points)

1°)*/ Equation de la réaction :



****/ Nom de la réaction :*** Il s'agit d'une estérification.

2) a) Montrons que x_f = 0,72 mol dans le mélange initial :

Le mélange initial est divisé équitablement en 12 tubes, dans un tube l'avancement final est de 0,06 mol ⇒ dans le mélange initial , $x_f = 0,06 \times 12 = 0,72$ mol .

b) */ Définition du taux d'avancement final τ_f :

Le taux d'avancement final d'une réaction chimique noté τ_f est égal au quotient de son avancement final x_f par son avancement maximal x_{max} : $\tau_f = \dfrac{\text{avancement final } x_f}{\text{avancement maximal } x_{max}}$

****/ Le calculer.***

Pour la réaction d'estérification hydrolyse, le réactif limitant est celui qui possède la plus petite quantité de matière initiale. C'est le cas de l'alcool dans notre cas. Dans le mélange initial, $0,96 - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 0,96$ mol.

$\tau_f = \dfrac{\text{avancement final } x_f}{\text{avancement maximal } x_{max}} = \dfrac{0,72}{0,96} = 0,75.$

****/***

Quel caractère de la réaction est mis en évidence ? $\tau_f = 0,75 < 1 \Rightarrow$ caractère limitée de la réaction.

c) Expression de la constante d'équilibre K en fonction de x_f et a :

Acide + Alcool $\rightleftarrows$ Ester + Eau

$$K = \frac{[Ester][Eau]}{[Acide][Alcool]} = \frac{(\frac{n_{Ester}}{V})\times(\frac{n_{Eau}}{V})}{(\frac{n_{Acide}}{V})\times(\frac{n_{Alcool}}{V})} = \frac{(n_{Ester})\times(n_{Eau})}{(n_{Acide})\times(n_{Alcool})} = \frac{x_f^2}{(a - x_f)(0,96 - x_f)}.$$

d) Calculer de a : K = 4 ; x_f = 0,72 mol ⇒ a = 1,26 mol.

3°) a)*/ Le système est-il toujours en équilibre ? Justifier.

Calculons la masse molaire de l'ester : $M(C_4H_8O_2) = 88$ g.mol^{-1}, n(Ester ajouté) $= \dfrac{m(ester)}{M(ester)} = 0,02$ mol.

On travaille dans un tube, et non pas dans le mélange initial. Alors x_f = 0,06 mol .

	Acide	+ Alcool	$\underset{❷}{\overset{❶}{\rightleftarrows}}$ Ester	+ Eau	
t=0	[0,105	0,08	0	0]	en mole
t_1	[0,105-0,06 = 0,045	0,08 – 0,06 = 0,02	0,06	0,06]	en mole

A t_1 On ajoute au tube 0,02 mol d'estert

t_1	[0,045	0,02	0,06+0,02	0,06]	en mole

Calculons π (la fonction des concentrations) et la comparons à K.

π = 5,33 ≠ K, donc le système n'est plus en équilibre à t_1 .

****/ Si non dans quel sens va-t-il évoluer ?***

π > K ; Le système évolue spontanément selon la loi d'action de masse de sorte que $\pi \to K$, donc π doit↓, sens ❷

	Acide	+ Alcool	$\underset{❷}{\overset{❶}{\rightleftarrows}}$ Ester	+ Eau
t_1	0,045	0 ,02	0,08	0,06
$t_{2éq}$	0,045+x_f	0 ,02 +x_f	0,08-x_f	0,06 -x_f

$K = 4 = \dfrac{(0,08-x_f)\,(0,06-x_f)}{(0,045+x_f)\,(0\,,02+x_f)}$ = On obtient une équation du second degré en x_f , sa résolution donne x_f.

$3x_f^2 + 0,4x_f - 1,2.10^{-3} = 0. \Rightarrow$ les deux solutions : $x_f' < 0$; $x_f'' = 2,83.10^{-3}$ mol.

Composition du mélange dans un tube à $t_{2éq}$:

*/ $n_{Acide} = 0,045+x_f = 47,83.10^{-3}$ mol. */ $n_{Alcool} = 0,02+x_f = 22,83.10^{-3}$ mol.

*/ $n_{Ester} = 0,08 - x_f = 77,17.10^{-3}$ mol. */ $n_{Eau} = 0,06 - x_f = 57,17.10^{-3}$ mol.

EXERCICE N°2 :(4 Points)

1°) a) Calculer le nombre de mole initial des réactifs n_{01} de Ag^+ et n_{02} de Cl^- :

*/ $\boxed{n_{01} = C_1V_1}$ A.N : $n_{01} = 0,5 \times 200.10^{-3} = 0,1$ mol. */ $\boxed{n_{02} = C_2V_2}$ A.N : $n_{02} = 0,5 \times 300.10^{-3} = 0,15$ mol.

b) Tableau descriptif d'évolution du système chimique, en utilisant l'avancement volumique y :

Equation de la réaction		Ag^+ +	$2Cl^-$ $\underset{2}{\overset{1}{\rightleftarrows}}$	$Ag(Cl)_2^-$
Etat du système	Avancement volumique y (mol.L⁻¹)	Concentrations (mol.L⁻¹)		
Etat initial	0	0,2	0,3	0
Etat intermédiaire	y	0,2 - y	0,3- 2y	y
Etat final	yf	0,2 - y_f	0,3- $2y_f$	y_f

2°) a) */ Calcul de l'avancement volumique final y_f

A l'équilibre : $n_{Ag^+} = n_{Cl^-} \Leftrightarrow [Ag^+] = [Cl^-] \Leftrightarrow 0,2 - y_f = 0,3 - 2y_f \Leftrightarrow y_f = 0,1$ mol.L⁻¹

/ Calcul du taux d'avancement final τ_f :

$\tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{y_f}{y_{max}}$; Calculons y_{max} ;

$\begin{cases} 0,2 - y \geq 0 \\ 0,3 - 2y \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y \leq 0,2 \\ y \leq 0,15 \end{cases}$ Donc $y_{max} = 0,15$ mol.L⁻¹ , et par suite $\tau_f = \frac{0,1}{0,15} = 0,66$

b) Déterminer la composition du mélange à l'équilibre :

Composition du mélange à l'équilibre en concentration :

$\begin{cases} [Ag^+] = 0,2 - y_f = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}. \\ [Cl^-] = 0,3 - 2y_f = 0,1 \text{ mol.L}^{-1} \\ [Ag(Cl)_2^-] = y_f = 0,1 \text{ mol.L}^{-1} \end{cases}$

On accepte la composition en nombre de mole.

$\begin{cases} nAg^+ = 0,05 \text{ mol.} \\ nCl^- = 0,05 \text{ mol.} \\ nAg(Cl)_2^- = 0,05 \text{ mol.} \end{cases}$

c) */ Montrons que la constante d'équilibre K s'écrit : $K = \frac{y_f V^3}{(n_{01} - y_f V)(n_{02} - 2y_f V)^2}$?

$$K = \frac{[Ag(Cl)_2^-]}{[Ag^+][Cl^-]^2} = \frac{y_f}{(0,2 - y_f)\times(0,3 - 2y_f)^2} = \frac{y_f}{\left(\frac{n_{01}}{V} - y_f\right)\times\left(\frac{n_{02}}{V} - 2y_f\right)^2} = \frac{y_f}{\left(\frac{n_{01} - y_f V}{V}\right)\times\left(\frac{n_{02} - 2y_f V}{V}\right)^2}$$

$$= \frac{y_f}{\frac{(n_{01} - y_f V)\times(n_{02} - 2y_f V)^2}{V^3}} = \frac{y_f V^3}{(n_{01} - y_f V)(n_{02} - 2y_f V)^2}$$, d'où le résultat.

/ La calculer : $K = \frac{y_f V^3}{(n_{01} - y_f V)(n_{02} - 2y_f V)^2}$. AN : K = 100.

3°) Le mélange est en état d'équilibre :

Dans ces expériences , l'énoncé parle du nombre de mole, on peut considérer la fonction des concentrations π en nombre de mole.

$\pi = \frac{(n(Ag(Cl)_2^-))}{(nAg^+)(nCl^-)^2} V^2$. Dans chaque expérience , on doit calculer π et la comparer à K.

/ EXPERIENCE A :On ajoute au mélange, à l'équilibre un volume V_A = 500mL d'eau pure.

π = 400. Le système n'est plus en équilibre, il évolue spontanément dans le sens de sorte que $\pi \rightarrow K$, π doit $\downarrow$, c'est adire le sens ❷

/ EXPERIENCE B :On ajoute au mélange , à l'équilibre un volume V_B = 500mL d'une solution aqueuse contenant 5.10^{-2} mole d'ions Cl^-

π = 100 = K. Le système reste en équilibre.

/ EXPERIENCE C :On ajoute au mélange , à l'équilibre un volume V_C = 500mL d'une solution aqueuse contenant 10^{-1} mole d'ions Cl^-

π = 44,4. Le système n'est plus en équilibre, il évolue spontanément dans le sens de sorte que $\pi \rightarrow K$, π doit $\uparrow$, c'est adire le sens ❶.

PHYSIQUE : (13 points)

EXERCICE N°1 : (1,75 points)

1°) Quel est d'après le texte l'intérêt de ce type de réveil ?

L'intérêt de ce type de réveil est d'éviter l'éveil trop brutal des réveils ordinaires qui hurlent dans les oreilles.

2°) */ Lorsque l'heure du réveil est atteinte, que se passe t-il ?

Lorsque l'heure du réveil est atteinte, l'interrupteur K se ferme automatiquement, et la lampe s'allume progressivement.

3°) « L'intensité lumineuse de la lampe augmente progressivement » Quel est le phénomène physique qui explique cette phrase. L'interpréter.

*/ le phénomène physique est l'auto-induction dans la bobine.

*/ Interprétation : création d'un courant induit qui s'oppose par ses effets (Champ induit) à la cause qui lui a donné naissance (variation du champ inducteur dans la bobine)

4°) Comment peut-on modifier les paramètres L et r de la bobine pour augmenter la durée du réveil.

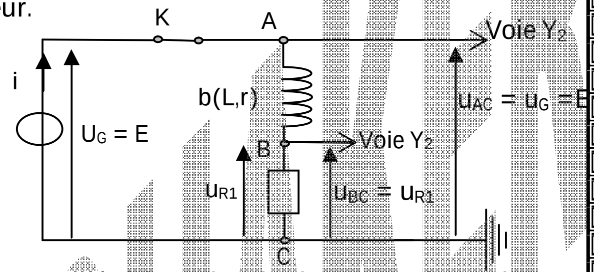
Durée de réveil = temps d'établissement du courant = t ≈ 5τ = $5\frac{L}{(R+r)}$.

D'autre part le courant en régime permanent a pour expression : $I_0 = \frac{E}{(R+r)}$

***/ <u>Effet de L</u> : Si t ↑ ⇔ τ ↑ ⇔ on doit augmenter l'inductance L .

***/ <u>Effet de r</u> : Si t ↑ ⇔ τ ↑ ⇔ on doit diminuer r .

Précaution : Si on ↓ r alors I_0↑, on risque de griller la lampe. Dans ce cas, la précaution à prendre est que I_0 doit- être inférieur à l'intensité nominale de la lampe indiquée par le constructeur.



EXERCICE N°2 : (5,75 points)

Partie I :

1°) Branchement de l'oscilloscope :

2°) */ Identification des oscillogrammes ❶ et ❷ :

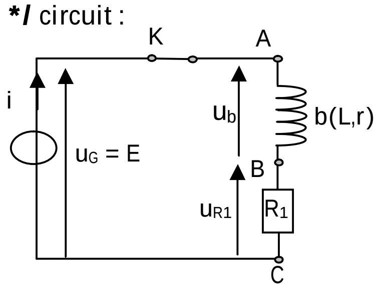
L'oscillogramme ❶ correspond à $u_{R1}(t)$.

L'oscillogramme ❷correspond à $u_G(t)$.

****/ Justification :*** G est générateur de tension idéal ⇔ u_G = constante E ∀ t ⇔ sa courbe $u_G(t)$ est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses. C'est le cas de l'oscillogramme❷.

3°) Etablir l'équation différentielle de variable i(t) :

***/ circuit :



***/ Loi des mailles : $u_{R1} + u_b - E = 0$.

***/ Détail : $u_{R1} = R_1\ i$; $u_b = L\frac{di}{dt} + r\,i$

Et par suite on obtient l'équation : $\frac{di}{dt} + \frac{(R_1+r)}{L}\ i = \frac{E}{L}$ **.(I)**

<u>4°) a) Expression de τ_1 et de I_0:</u>

$i(t) = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)$ est une solution de l'équation différentielle **(I).**

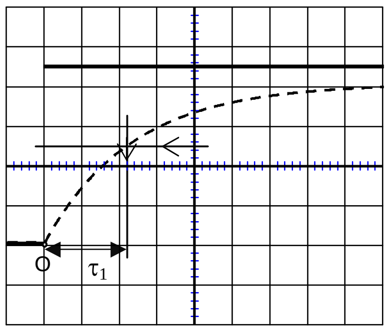
Calculons $\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau_1}\,e^{-\frac{t}{\tau_1}}$

Dans **(I)**, on obtient : $\frac{I_0}{\tau_1}\,e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \left(\frac{(R_1+r)}{L}\right)I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) = \frac{E}{L} \Rightarrow \left[\frac{I_0}{\tau_1} - \left(\frac{(R_1+r)}{L}\right)I_0\right]e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \left(\frac{(R_1+r)}{L}\right)I_0 - \frac{E}{L} = 0$

Donc : */ $\left[\frac{I_0}{\tau_1} - \left(\frac{(R_1+r)}{L}\right)I_0\right] = 0$ et */ $\left(\frac{(R_1+r)}{L}\right)I_0 - \frac{E}{L} = 0$.

Donc : $I_0 = \frac{E}{R1+r}$ et $\tau_1 = \frac{L}{R1+r}$.

<u>b) Détermination de τ_1 :</u> Méthode graphique du %.



A t = τ_1, u_{R1} = 63 % de sa valeur maximale = $\frac{63}{100}$ ×8 = 5,04 V qui seront représentés par 2,5div en tenant compte du calibre des tensions.

Graphiquement τ_1 sera représentée par 2,2 div .

ce qui donne τ_1 = 2,2 × 2ms = 4.4 ms = $4,4.10^{-3}$s.

<u>5°) a) Donner l'expression de $u_{R_1}(t)$:</u>

$u_{R1} = R_1\ i \Leftrightarrow u_{R1} = \frac{R_1 E}{R_1+r}\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right]$

<u>b) Détermination de E, I_0, r et L :</u>

***/ D'après L'oscillogramme ❷ : E = 4,5 ×2 = 9V.

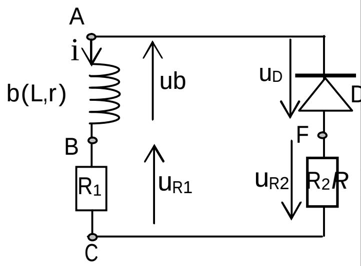
***/ D'après L'oscillogramme ❶ : u_{R1}(RP) = 4×2 = 8V = $\frac{R_1 E}{R_1+r}$ ⇔ r = $\frac{R_1 E}{8} - R_1$ = 13,75 Ω.

***/ $I_0 = \frac{u_{R1}}{R_1} = \frac{8}{110}$ = $72,72.10^{-3}$ A.

***/ L = τ_1(R_1 + r) = 0,54 H.

Partie II :

1°) Expression de $u_b(0)$ en fonction de R_1, R_2, r et E :



Loi des mailles : $u_{R1} + u_b + u_D + u_{R2} = 0$. (Voir circuit au cours de l'ouverture de K)

D est une diode passante dans ce circuit , elle se comporte comme un interrupteur fermé, alors u_D = 0. $u_b + (R_1 + R_2)\ i = 0$,

mais à t=0, i = I_0 (régime permanent dans le cas de la fermeture de K)

$I_0 = \frac{E}{R1+r}$ donc $u_b(0) = -(R_1 + R_2)\ I_0 = -(R_1 + R_2)\frac{E}{R1+r}$.

2°) Equation différentielle de variable $u_b(t)$:

***/** Circuit : Voir 1°).

***/** L.M : $u_{R1} + u_b + u_D + u_{R2} = 0 \Leftrightarrow L\frac{di}{dt} + ri + (R_1 + R_2)\,i = 0 \Leftrightarrow L\frac{di}{dt} + (R_1 + R_2 + r)\,i = 0.$

D'autre part, d'après la L.M $i = -\frac{u_b}{(R_1+R_2)}$ et $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{(R_1+R_2)}\frac{du_b}{dt}$,

$\frac{du_b}{dt} + \frac{1}{\tau_2}u_b = 0$ **(II)** , avec $\tau_2 = \frac{L}{R_1+R_2+r}$. D'ou le résultat demandé:

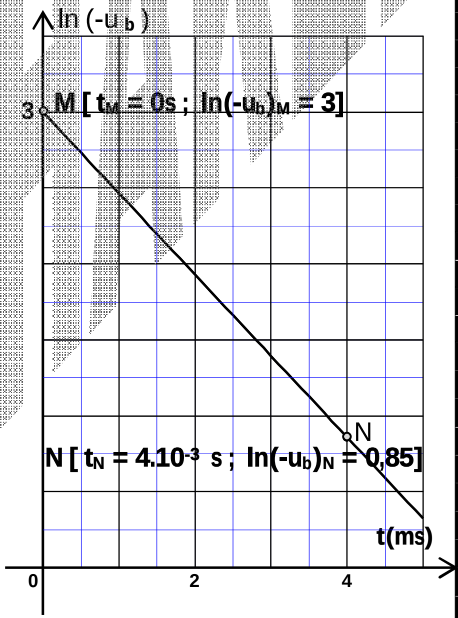
3°) Vérifions que $u_b(t) = u_b(0).e^{-\frac{t}{\tau_2}}$ est solution de l'équation différentielle (II).

$u_b(t) = u_b(0).e^{-\frac{t}{\tau_2}}$, $\frac{du_b}{dt} = -\frac{u_b(0)}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}}$. Dans **(II)**, $-\frac{u_b(0)}{\tau_2}e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \frac{1}{\tau_2}u_b(0).e^{-\frac{t}{\tau_2}} = 0$ ce qui est bien vérifié.

4°)a) Montrons que $\ln(-u_b)$ s'écrit sous la forme $\ln(-u_b) = a\,t + b$ avec a et b deux constantes à exprimer en fonction de $u_b(0)$ et τ_2.

$\ln(-u_b) = \ln(-u_b(0).e^{-\frac{t}{\tau_2}}) = \ln(-u_b(0)) + \ln(e^{-\frac{t}{\tau_2}}) = -\frac{1}{\tau_2}t + \ln(-u_b(0)) = a\,t + b$ d'où

$a = -\frac{1}{\tau_2}$ et $b = \ln(-u_b(0))$.



b) */ Déterminer l'équation de la courbe :

On choisit deux points M et N appartenant à la droite

$\ln(-u_b) = a\,t + b$, avec a coefficient directeur de la droite (a<0 dans notre cas),

et b ordonnée à l'origine des abscisses.

On trouve : $\ln(-u_b) = -537{,}5\,t + 3$.

****/ En déduire la valeur de R_2 et de τ_2.***

$a = -\frac{1}{\tau_2} \Rightarrow \tau_2 = \frac{-1}{a} = 1{,}86.10^{-3}$s.

$b = \ln(-u_b(0)) \Rightarrow -u_B(0) = \exp(b) \Rightarrow u_B(0) = -20{,}08$ V

D'autre part

$u_b(0) = -(R_1 + R_2)\frac{E}{R1+r} \Rightarrow R2 = -\frac{u_{b(0)}(R_1+r)}{E} - R_1 = 166{,}1\,\Omega.$

****/ Retrouver la valeur de L.***

$\tau_2 = \frac{L}{R_1+R_2+r} \Rightarrow L = \tau_2(R_1 + R_2 + r) \Rightarrow L = 0{,}539 = 0{,}54$ H.

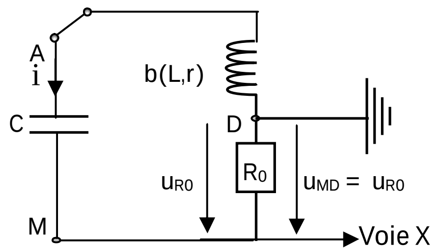
EXERCICE N°3 : (5,5 points)

Partie I :

1°) a) Tension qu'on doit visualiser pour étudier l'évolution au cours du temps de la grandeur électrique i(t).

***/** On doit visualiser à l'oscilloscope la tension $u_{R0}(t)$.

***/** Justification : $u_{R0}(t) = R_0\,i(t)$, $\Rightarrow u_{R0}(t)$ et $i(t)$ sont deux grandeurs proportionnelles, la variation de u_{R0} au cours du temps est la même que la variation de i au cours du temps.



b) Branchement de l'oscilloscope : Voir circuit

2°) a) Détermination de la pseudo période T :

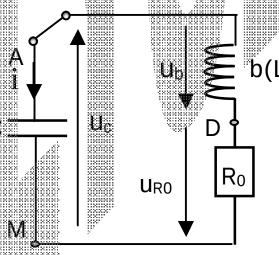
En utilisant l'échelle sdes abscisses : $T = \frac{1{,}05 \times 4\ cm}{7\ cm} = 0{,}6$ ms $= 0{,}6\,.10^{-3}$ s

b) En déduire la valeur de L, sachant que $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$:

$T \approx 2\pi\sqrt{LC} \Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2 LC \Leftrightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} \Leftrightarrow L = 0{,}0799 \approx 0{,}08$ H

3°) Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_{R0} :

***/** Circuit :



***/** Loi des mailles :

$u_{R0} + u_b + u_C = 0$

***/** Détail :

$u_{R0} = R_0\,i$, $u_b = L\frac{di}{dt} + ri$, $u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow L\frac{di}{dt} + (R_0 + r)\,i + \frac{q}{C} = 0$,

Dérivons cette égalité par rapport au temps.

$L\frac{d^2i}{dt^2} + (R_0 + r)\frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$

D'autre part : $u_{R0} = R_0\,i \Rightarrow i = \frac{u_{R0}}{R_0} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R0}\frac{du_{R0}}{dt} \Rightarrow \frac{d^2i}{dt^2} = \frac{1}{R0}\frac{d^2u_{R0}}{dt^2}$

En fin on obtient: $\frac{d^2u_{R0}}{dt^2} + \frac{(R_0+r)}{L}\frac{du_{R0}}{dt} + \frac{1}{LC}u_{R0} = 0$.

4°) a) Expression de l'énergie totale E = f(q(t), u_C (t), L, i) : $E = \frac{1}{2} q\, u_C + \frac{1}{2} L i^2$.

b) Montrer que l'oscillateur est non conservatif :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}[\frac{1}{2} q\, u_C + \frac{1}{2} L i^2] = \frac{d}{dt}[\frac{1}{2} q\, u_C] + \frac{d}{dt}[\frac{1}{2} L i^2] = \frac{1}{2}[q \frac{du_C}{dt} + u_C \frac{dq}{dt}] + \frac{1}{2} L\, 2\, i \frac{di}{dt} =$$

$$\frac{1}{2}[q \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + u_C \frac{dq}{dt}] + L i \frac{di}{dt} = \frac{1}{2} i [q \frac{1}{C} + u_C] + L i \frac{di}{dt} = \frac{1}{2} i [u_C + u_C] + L i \frac{di}{dt} = i [u_C + L \frac{di}{dt}] = -(R_0+r)\, i^2$$

On montrer que $\frac{dE}{dt} = -(R_0+r)\, i^2 < 0 \Rightarrow E \downarrow$ dans le temps, et par suite l'oscillateur est non conservatif.

5°) a) Tension $u_b(t_1)$ aux bornes de la bobine :

$u_b(t_1) = L[\frac{di}{dt}]_{t1} + r\, i\,(t_1)$.

****/ D'après la figure -6- :*** $u_{R0}(t_1) = -0{,}2$ V $\Leftrightarrow$ $i(t_1) = \frac{u_{R0}}{R_0} = -0{,}01$ A.

****/ D'après la tangente (Δ) :*** Le coefficient directeur a de la tangente à la courbe $u_{R0}(t) = [\frac{du_{R0}}{dt}]_{t1} = R_0\, [\frac{di}{dt}]_{t1} \Rightarrow$ $[\frac{di}{dt}]_{t1} = \frac{a}{R0}$.

****/ Déterminons a :*** On choisit deux point M et N $\in$ à la tangente (Δ).

M [$t_M = 0{,}375 .10^{-3}$ s ; $(u_{R0})_M = 0{,}4$V] ; N [$t_N = 0{,}675.10^{-3}$ s ; $(u_{R0})_N = -0{,}2$V] , on trouve a = - 2000Vs^{-1}.

$[\frac{di}{dt}]_{t1} = \frac{a}{R0} = -100$As^{-1} $\Rightarrow u_b(t_1) = L[\frac{di}{dt}]_{t1} + r\, i\,(t_1) = -8{,}05$ V.

b) Energie totale W de l'oscillateur à l'instant t_1 :

$W(t_1) = E_C + E_L = \frac{1}{2} C u_C^2(t_1) + \frac{1}{2} L i^2(t_1)$.

$i(t_1) = -0{,}01$ A.

D'après la loi des mailles à t_1 : $u_{R0} + u_b + u_C = 0 \Rightarrow u_C = -u_{R0} - u_b = -8{,}25$ V.

$W(t_1) = \frac{1}{2} C u_C^2(t_1) + \frac{1}{2} L i^2(t_1) = 7{,}87.10^{-6}$ J.

c) Calcul de la valeur de la fem E du générateur.

$W(0) = W(t_1) + W_{th} = 12{,}83.10^{-6}$ J.

$W(0) = \frac{1}{2} C u_C^2(0) = \frac{1}{2} C E^2 \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2W(0)}{C}} = 15$V.

PARTIE II :

1°) */ Identifier Les trois courbes :

♣/ La courbe 1 correspond à E_{totale} ♣/ La courbe 2 correspond à E_C ♣/ La courbe 3 correspond à E_L

****/ Justification :***

♣/ L'oscillateur est non amorti, il est conservatif, son E_{totale} = constante, sa courbe représentative en fonction du temps est une droite parallèle à l'axe des abscisses. C'est le cas de la courbe 1.

♣/ Le condensateur est initialement chargé, son energie E_C est maximale à t=0, sa courbe représentative en fonction du temps doit commencer par sa valeur maximale, c'est le cas de la courbe 2.

♣/ Par élimination la courbe 3 ne peut être que celle de E_L.

2°) Equation différentielle de variable $u_C(t)$ par une méthode énergétique :

L'oscillateur est non amorti, il est conservatif, son E_{totale} = constante $\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}[E_C + E_L] = 0 \Rightarrow$

$\frac{d}{dt}[\frac{1}{2} C u_C^2 + \frac{1}{2} L i^2] = 0 \Rightarrow C\, u_C \frac{i}{C} + L\, i \frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow i\,[u_C + L \frac{di}{dt}] = 0$, or $i \neq 0$ alors $[u_C + L \frac{di}{dt}] = 0$,

Et par suite on trouve l'équation: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_C = 0$.

3°) Valeurs de C et L :

E_{totale} = constante = $12{,}83.10^{-6}$ J (d'après la courbe 1 de la figure-7-)

E_{totale} = constante = $\frac{Qm^2}{2C} \Rightarrow C = \frac{Qm^2}{2E} = 113{,}95.10^{-9}$F $\approx 114.10^{-9}$F

E_{totale} = constante = $\frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} L (Q_m\omega_0)^2$; Or $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 10471{,}97$ rad.s^{-1} , $\Rightarrow L = \frac{2\,E}{(Q_m\,\omega_0)^2} = 0{,}08$ H.

Donner la période T_e des énergies :

$T_e = \frac{T}{2} = 0{,}3.10^{-3}$s