

Exercice N°1 : (4 pts)

Une seule des réponses proposées est correcte, la quelle?

1) Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = -4$; alors :

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ c) (u_n) n'admet pas de limite.

2) (a_n) est une suite arithmétique telle que $a_{10} = 15$ et $a_{20} = 45$; alors sa raison r est :

- a) 1 b) 2 c) 3

3) $\cos(7\pi - x) + \sin(9\pi + x) + \cos(10\pi + x) + \sin(13\pi - x)$ est égal à :

- a) 0 b) 1 c) 2

4) Soit C un cercle trigonométrique et AB un arc orienté de C dont une mesure est

$\frac{127\pi}{3}$. Alors la mesure principale de l'arc AB est :

- a) $\frac{\pi}{3}$ b) $-\frac{\pi}{3}$ c) $\frac{2\pi}{3}$

Exercice N°3: (8 pts)

Soit $A(x) = 1 - \cos 2x + \sin 2x$

1) Calculer $A\left(\frac{5\pi}{8}\right)$; $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$; $A\left(\frac{49\pi}{8}\right)$ et $A\left(\frac{\pi}{8}\right)$

2) a- Montrer que pour tout réel x on a : $1 - \cos 2x = 2 \cdot \sin^2 x$.

b- Montrer que pour tout réel x on a: $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

c- En déduire que pour tout réel x on a : $A(x) = 2\sqrt{2} \sin x \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

3) En utilisant la dernière écriture de $A(x)$; Calculer $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$. En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$.

Exercice N°2 : (8 pts)

On considère une suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \end{cases}$$

- 1) Calculer u_1 et u_2 . En déduire que u_n n'est ni arithmétique ni géométrique.
- 2) Représenter dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) les trois premiers termes de la suite (u_n) .
- 3) Soit la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 3$
 - a- Montrer que v est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$. Calculer v_1 .
 - b- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - c- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- 4) Soit $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$.
Exprimer S_n puis S'_n en fonction de n