Lycée Cité Ennozha Zaghouan Année Scolaire :2013/2014	Devoir De Contrôle N° 1 Durée :2 heures	Proposé par :Mr KHEMIRI Fawzi Classe :3ième Maths

Veuillez présenter une copie propre et des réponses bien rédigées.

Exercice 1................(3 pts) Les réponses aux questions de cet exercice seront présentées sur la feuille annexe.

A) Répondre par **vrai** ou **faux** sans justification aux assertions suivantes :

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB = AC = 2$ et $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = -3$.

1. Le produit scalaire $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ est égal à 7 .
2. L'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AM} = -3$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
3. Soit E le point tel que $\overrightarrow{BE} = -3\overrightarrow{BC} + 7\overrightarrow{BA}$. Les droites (AC) et (BE) sont perpendiculaires.

B) Choisir **la** réponse exacte sans justification

I.Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x - E(x)}$ où $x \mapsto E(x)$ est la fonction partie entière.

L'ensemble de définition de f est :

a) IR. **b)** $[0,+\infty[$. **c)** $]-\infty,0]$.

II. Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ et $\mathscr{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. La fonction g :

a) est paire. **b)** est impaire. **c)** n'est ni paire ni impaire.

2. Soient les droites $\Delta : y = -1$ et $\Delta' : y = 1$. La courbe $\mathscr{C}$ est :

a) au-dessus de Δ' . **b)** au-dessous de Δ . **c)** au-dessus de Δ et au-dessous de Δ' .

Exercice2.................(4,5 pts)

La courbe de la **figure1** est celle d'une fonction h définie sur $]-\infty,3]$ et non majorée.

1. Compléter les phrases suivantes :
   - La fonction h est discontinue à..............en -1.
   - La fonction h admet en ……..un minimum..................qui vaut……. .
   - L'équation $|h(x)| = 1$ admet, dans $]-\infty,3]$,……….solutions.
2. Déterminer l'image par h de chacun des intervalles suivants : $]-\infty,-1[$,$[-2,0]$ et $]-\infty,3]$.
3. La restriction de h à l'intervalle $[-1,1]$ est-elle impaire ? Justifier.
4. On donne $h(x) = -x|x|$ pour tout $]-1,1]$. On considère la fonction g définie sur $[-3,3]$ vérifiant :
   - g est **impaire**.
   - g est **continue** sur $[-3,3]$.
   - $\forall x \in]-1,3], g(x) = h(x)$.

Tracer la courbe de la fonction g puis expliciter $g(x)$ sur $[-3,3]$.

Exercice3.................(4 pts)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}-\dfrac{3}{2} & \text{si } x<1\\ \sqrt{x-1}-\dfrac{1}{x^2} & \text{si } x\geq 1\end{cases}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$ de définition de f.
2. Montrer que f est continue en 1 puis montrer que f est continue sur $\mathcal{D}$.
3. **a.** Montrer que f est strictement croissante sur $[1,+\infty[$.

   b. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $[1,2]$ une unique solution α et que $1,3<\alpha<1,4$.

   c. Etudier le signe de $f(x)$ sur $[1,+\infty[$.

Exercice4.................(4pts)

Soit ABC un triangle équilatéral de côté a, I le milieu de $[BC]$, et D le symétrique de A par rapport à (BC).

1. Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.
2. Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$?
3. **a.** Calculer les produits scalaires $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CD}$ en fonction de a.

   b. Exprimer AI en fonction de a.

   c. Montrer que $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AD}=\dfrac{3}{2}a^2$
4. **a.** Pour tout point M du plan, montrer que :
   - $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=MI^2-\dfrac{a^2}{4}$.
   - $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=MA^2+\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AD}+\dfrac{a^2}{2}$.

   b. En déduire l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=\dfrac{a^2}{2}$.

   c. Déterminer l'ensemble $(\mathcal{F})$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}=MA^2-a^2$.

Exercice5.................(4,5 pts)

Dans la **figure2**, ABC est un triangle rectangle et isocèle en B tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$,K est le point d'intersection de $[BC]$ avec la bissectrice de $\widehat{BAC}$ et J est le milieu du segment $[AC]$.

Soit I le point d'intersection de (AK) et (BJ).

1. Montrer que $d\acute{e}t\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BJ}\right)=\dfrac{AC^2}{4}$.
2. Déterminer la mesure principale de $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CA}}\right)$;$(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AK}})$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{KA}}\right)$.
3. **a)** Démontrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{KA}}\right)\equiv\left(\widehat{\overrightarrow{KA},\overrightarrow{CB}}\right)[2\pi]$.

   b) Quelle est la nature du triangle BKI ? Justifier.
4. Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre B et passant par K. $(\mathcal{C})$ coupe $[AB]$ en D.

   a. Justifier que $\dfrac{\pi}{8}$ est une mesure de $\left(\widehat{\overrightarrow{DK},\overrightarrow{DI}}\right)$.

   b. Représenter l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan tels que $\left(\widehat{\overrightarrow{MK},\overrightarrow{MI}}\right)\equiv\dfrac{\pi}{8}[2\pi]$.

   c. Montrer que les points D, I et C sont alignés.

Feuille à rendre

Nom et Prénom……………………………..

Exercice1

A)

Enoncé	Vrai ou Faux
1.	
2.	
3.	

B)

Enoncé	Réponse
I	
II.1.	
II.2.	

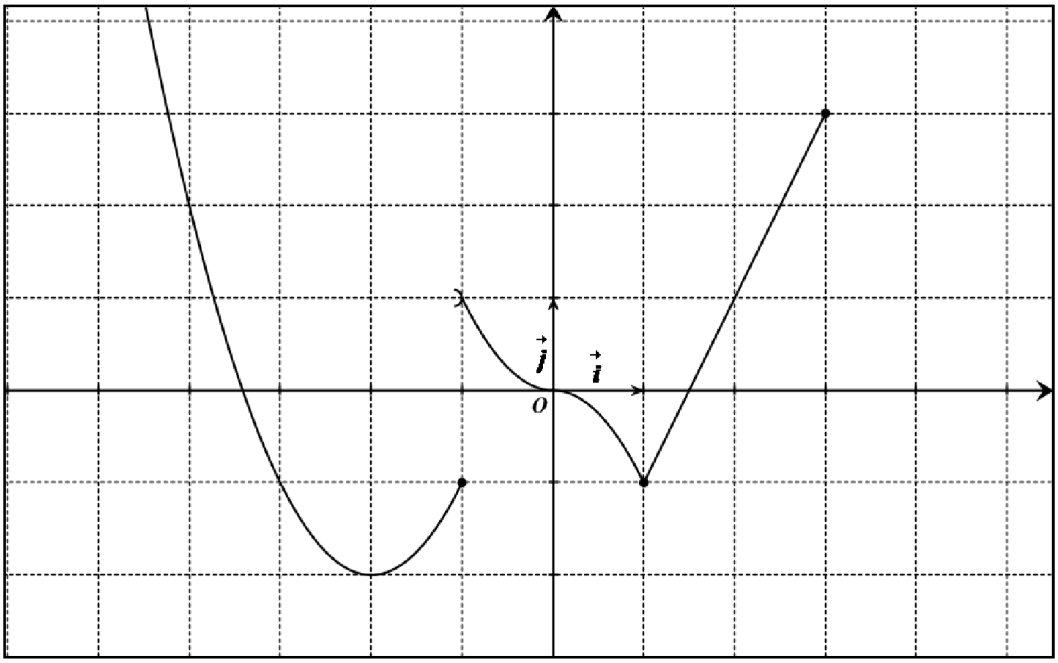

*figure*1

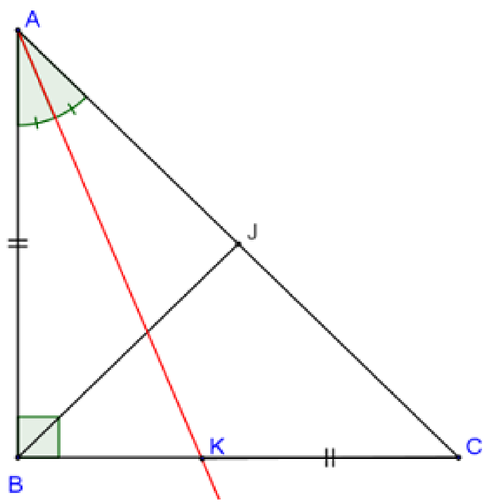

*figure*2