

Exercice n°1 : (3 points)

Choisir l'unique bonne réponse et sans justification.

1) l'espace est muni d'un repère orthonormé. On considère les points A (1,-1,0) et B (1, 1, 0)

L'ensemble des points M de l'espace vérifiant : $\overline{MA} \wedge \overline{MB} = \vec{0}$ est la sphère de centre I et de rayon R

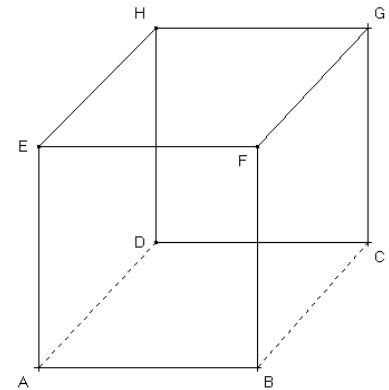
- a) I(1,0,0) et R= 1 b) I(1,0,0) et R= 2 c) I(0,2,0) et R= 2

2) la figure ci contre représente un cube ABCDEFGH d'arrête 1.

L'Espace est munie d'un repère orthonormé $(A, \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$.

La sphère de centre A et passant par B et le plan P : $x+1 = 0$ sont :

- a) Non sécants b) tangents c) sécants en un cercle



3) Soit la fonction définie sur IR par $f(x) = (2x+1)^3$

La primitive F de f sur IR qui vérifie F(0)=0 est la fonction :

- a) $F(x) = (2x+1)^4 - 1$ b) $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^4$ c) $F(x) = \frac{1}{8}(2x+1)^4 - \frac{1}{8}$

Exercice n°2 : (6 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On donne les points A (3, 1,1), B (0, 0,1), C (1, 1,2) et I (1, 2,-1).

- 1) a) Calculer les composantes du vecteur $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ et déduire que A, B et C ne sont pas alignés.
 b) Soit le plan P=(ABC) .Montrer que P : $x -3y +2z -2 =0$.
 c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.
- 2) Soit l'ensemble S : $x^2 + y^2 + z^2 -2x -4y +2z -3 =0$.
 Montrer que S est une sphère de centre I et dont on précisera son rayon.
- 3) a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par I et perpendiculaire à P.
 b) Déterminer les coordonnées du point H intersection de P et Δ.
 c) Montrer que S et P sont sécants en un cercle dont on précisera son centre et son rayon.
- 4) a) Vérifier que A appartient à S.
 b) Déterminer une équation cartésienne du plan Q tangent à S en A.
 c) Déterminer une équation de la sphère S' de centre B et tangent à Q.

Exercice n°3 : (5,5 points)

Soit la suite définie sur \mathbb{N} par $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{(x+1)^3} dx$

1) a) Montrer que (I_n) est décroissante.

b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $x \in [0,1]$ on a : $0 \leq \frac{x^n}{(x+1)^3} \leq x^n$

c) Dédurre que pour tout $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$ puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

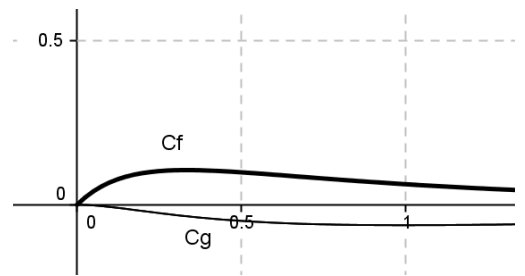
2) a) Calculer I_0 .

b) Calculer $I_0 + I_1$ puis déduire la valeur de I_1 .

3) Dans le graphe ci contre on a tracer les courbes des fonctions f et g définies sur $[0, +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{x}{(x+1)^4} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{-x^2}{(x+1)^4}$$

Calculer A l'aire de la partie du plan limitée par Cf, Cg et les droites $x=0$ et $x=1$.



Exercice n°4 : (5,5 points)

Soit la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$

1) a) Etudier les variations de f.

b) Montrer que f réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

c) Vérifier que $f^{-1}(2\sqrt{5}) = 2$.

2) Dans l'annexe (page 3) on a représenté la courbe de f et celle de sa fonction dérivée f'.

a) Calculer l'aire A de la partie du plan limitée par Cf, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$.

b) Calculer l'aire B de la partie du plan limitée par Cf, Cf' et les droites $x=0$ et $x=1$.

3) a) Construire dans le même repère la courbe de f^{-1} .

b) Calculer l'aire D de la partie du plan limitée par Cf, Cf^{-1} et les droites d'équations $x=0$ et $x=2\sqrt{5}$ et $y=2\sqrt{5}$ (On rappelle que $f(2) = 2\sqrt{5}$).

Courbes de l'exercice n°4

Nom et prénom :

