

Exercice n° 1 : (4points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre qui correspond :

- 1) Si ABC est un triangle équilatéral tel que $AB=4$, alors $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ est égal à :
 - a) -4
 - b) 4
 - c) 8

- 2) Soient A et B deux points du plan l'ensemble $\{M \in \text{Ptelque } \overline{BM} \cdot \overline{AM} = -2\}$ est :
 - a) une droite
 - b) un cercle
 - c) un segment

- 3) La fonction g définie sur $[-3 ; +\infty[$ par $g(x)=x^2+4$ est :
 - a) paire
 - b) impaire
 - c) ni paire ni impaire

- 4) L'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{2x}{x^2+2}$ est :
 - a) \mathbb{R}
 - b) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
 - c) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

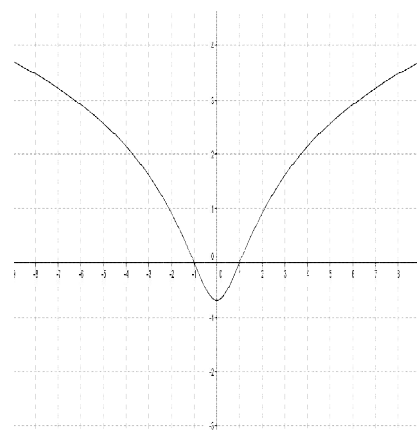
Exercice n° 2 : (6points)

La courbe ci-contre représente une fonction f définie sur \mathbb{R}

- 1). Répondre par vrai ou faux aux questions suivants :
 - a). f est continue sur \mathbb{R} .
 - b). f est paire.
 - c). f est bornée.

- 2). a). Déterminer $f(0)$; $f(-1)$ et $f(1)$.
 - b). Résoudre graphiquement : $f(x)=0$ et $f(x) \leq 0$.
 - c). Déterminer les variations de f sur \mathbb{R} .

- 3). Déterminer $f([-1 ; 1])$.



Exercice n° 3 : (10points)

Soit ABC un triangle tel que $AC=4$, $AB=6$; $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ et I le milieu de [BC]

- 1). a). Montrer que $BC=2\sqrt{7}$.
b). Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 12$ en déduire que $AI = \sqrt{19}$
- 2). Soit $\ell = \{M \in P \text{ tel que } MB^2 + MC^2 = 52\}$
 - a). Montrer que $A \in \ell$.
 - b). déterminer puis construire ℓ .
- 3). Soit $\ell' = \{M \in P \text{ tel que } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 2\}$ et J le milieu de [AC].
 - a). déterminer puis construire ℓ' .
 - b). Vérifier que $J \in \ell'$.
 - c). Déterminer la valeur de $\overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC}$.
- 4). a). Calculer JB en déduire la nature du triangle JBC.
b). Calculer $\cos(\widehat{BJC})$ en déduire une valeur approchée en degré ;
à 10^{-1} près ; de l'angle \widehat{BJC} .

BON TRAVAIL

Exercice n° 1 :

1). c 2). b 3). c 4). a .

Exercice n° 2 :

1). a). Vrai b). Vrai c). Faux .

2). a). $f(0) = -0,7$; $f(-1) = 0$ et $f(1) = 0$.b). $f(x) = 0$ signifie $x \in \{-1 ; 1\}$; $f(x) \leq 0$ signifie $x \in [-1 ; 1]$.c). f est décroissante sur $]-\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty [$.3). $f([-1 ; 1]) = [-0,7 ; 0]$.Exercice n° 3 :Soit ABC un triangle tel que $AC=4$, $AB=6$; $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$ et I le milieu de [BC]

1). a). On applique théorème d'EL-KASHI au triangle ABC on obtient :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\widehat{BAC}) = 36 + 16 - 2 \times 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 28 \text{ donc } BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

$$\text{b). i). On a } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 6 \times 4 \times \frac{1}{2} = 12. \text{ AI} = \sqrt{19}$$

ii). On applique théorème de la médiane au triangle ABC on obtient :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AI^2 - \frac{BC^2}{4} \text{ signifie } AI^2 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{BC^2}{4} = 12 + 7 = 19 \text{ signifie } AI = \sqrt{19} .$$

2). a). On a $AB^2 + AC^2 = 36 + 16 = 52$ donc $A \in \ell$.

$$\text{b). On a } MB^2 + MC^2 = 52 \text{ signifie } 2IM^2 + \frac{BC^2}{2} = 52 \text{ signifie } IM^2 = \frac{52 - \frac{BC^2}{2}}{2} = 19$$

signifie $IM = \sqrt{19} = IA$ signifie ℓ est le cercle de centre I et de rayon IA.3). a). $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 2$ signifie $IM^2 - IB^2 = 2$ signifie $IM^2 = IB^2 + 2 = 7 + 2 = 9$ signifie $IM = 3$ signifie ℓ' est le cercle de centre I et de rayon 3.

$$\text{b). Dans le triangle CAB on a } I = C \cdot B \text{ et } J = C \cdot A \text{ donc } IJ = \frac{AB}{2} = 3 \text{ donc } J \in \ell'.$$

$$\text{c). On a } J \in \ell' \text{ donc } \overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC} = 2.$$

4). a). i). On applique théorème d'EL-KASHI au triangle ABJ on obtient :

$$BJ^2 = AB^2 + AJ^2 - 2AB \cdot AJ \cdot \cos(\widehat{BAJ}) = 36 + 4 - 2 \times 6 \times 2 \times \frac{1}{2} = 28 \text{ donc } BJ = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}.$$

ii). On a $BJ = BC$ donc BJC est un triangle isocèle de sommet principal B.

$$\text{b). i). On a } \overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC} = 2 \text{ signifie } JB \times JC \times \cos(\widehat{BJC}) \text{ signifie } \cos(\widehat{BJC}) = \frac{\overrightarrow{JB} \cdot \overrightarrow{JC}}{JB \times JC} = \frac{2}{2\sqrt{7}} .$$

$$\text{ii). } \widehat{BJC} \approx 79,1^\circ .$$

BON TRAVAIL