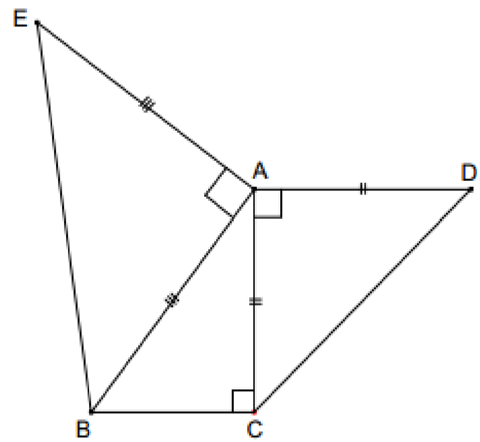
$4^{éme}$ Année / Section : Mathématiques	Série de révision
Prof : Karmous abdelhamid	Deplacements et antideplacements

Exercice 1

On considère un triangle ABC rectangle en C tel que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ et les triangles ACD et ABE isocèles et rectangles en A . On désigne par I , J et K les milieux respectifs de [CD] , [AC] et [AD] .

1) a/ Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme A en D et C en A
   b/ Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f .
   c/ Soit le point F = f(B) . Montrer que les points A , C et F sont alignés et placer le point F .
2) Soit R La rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et g = foR .
   a/ Déterminer g (E) .
   b/ Montrer que g est un translation dont on déterminera le vecteur .
   c/ En déduire que AEFD est un parallélogramme .
3) Soit h l'antidéplacement qui envoie A sur D et C sur A
   a/ montrer que h est une symétrie glissante .
   b/ Déterminer la forme réduite de h .
4) Déterminer et construire l'ensemble
   Γ = { M ϵ P tel que g(M) = h (M) }

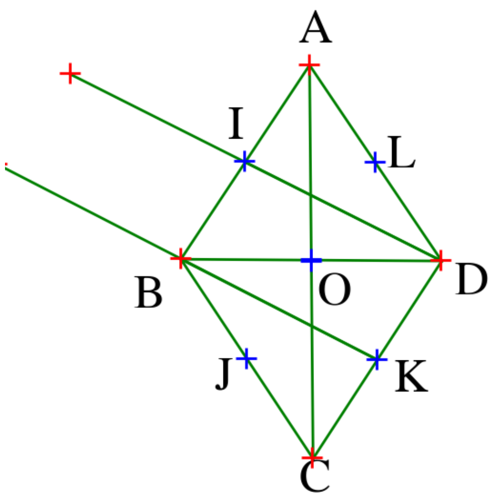


Exercice 2

Dans le plan orienté , on considère un losange ABCD tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

On désigne par I , J , K , L et O les milieux respectifs de [AB] , [BC] , [CD] , [DA] et [BD]. On note Δ et Δ' les médiatrices respectives de [AB] et [CD]

1) a/ Montrer qu'il existe un seul antidéplacement f qui transforme A en B et D en C
   b/ Prouver que f n'est pas une symetrie orthogonale
2) Soit s la symetrie orthogonale d'axe Δ et R la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{3}$
   a/ Montrer que f = R o S
   b/ déterminer f (B) puis la nature et les éléments caractéristiques de f .
3) On pose g = f o S' ou s' la symetrie orthogonale d'axe Δ' . Déterminer g (C) et donner la nature et les éléments caractéristiques de g
4) On pose h = g^{-1} o R . Montrer que h est une translation que l'on déterminera



Exercice 3

Dans un plan orienté , on considère un carré ABCD de sens direct de centre O . On note I = D*C ; K = $S_{(AB)}$(C) ;

J = B * C et I' = I * J .

1) a/ Montrer qu'il existe un seul déplacement f qui transforme D en B et I en J
   b/ Montrer que f est une rotation d'angle ($-\frac{\pi}{2}$) et de centre A .
   c/ Quelle est la nature du triangle AIJ .
2) a/ Vérifier que IOJB est un parallélogramme , en déduire que I ' ϵ (BD)
   b/ Soit g l'antidéplacement qui transforme D en B et I en J . Démontrer que g est une symetrie glissante que l'on caractérisera .
3) On pose $\varphi = f^{-1} \circ T_{\overrightarrow{DB}} \circ S_{(DB)}$. Déterminer φ(D) et φ(I) ; caractériser alors φ.
4) a/ montrer que $S_{(AB)} \circ S_{(AC)}$ = f , en déduire que f(C) = K
   b/ déterminer et construire la droite Δ image de (BC) par f .
5) a/ Montrer que $S_{(AB)} \circ S_{\Delta}$ est une translation dont on précédera le vecteur .
   b/ Caractériser alors l'application : $\Psi = S_{\Delta} \circ T_{2\overrightarrow{CA}}$.

Exercice 4

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, On désigne par O le milieu du segment [BC] .

1) Montrer que le triangle OAC est équilatéral .
2) a/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie O sur A et B sur C .
   b/ Montrer que f est une rotation et construire son centre I .
   c/ Calculer $(\overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IO})$ et $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IA})$ et montrer que I ϵ [AB] .
3) Soit R la rotation de centre c et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
   a/ déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f o R
   b/ Soit C ' l'image de C par f , montrer que O , I et C ' sont alignés .
4) a/ Montrer qu'il existe un unique antidéplacement g qui transforme O en A et B en C .
   b/ Montrer que g est une symétrie glissante . Verifier que O appartient à l'axe Δ de g . puis vérifier que A aussi , appartient à Δ .
   c/ Déterminer alors la forme réduite de g .
   d/ Montrer que g (C) = C'
5) Soit $h = T_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{(AB)}$. Déterminer la nature de h et déterminer ses éléments caractéristiques .