LYCEE SECONDAIRE IBN SINA MENZEL BOURGUIBA ******* Proposé par : M^{r} HAOUATI CHOKRI	DEVOIR DE CONTROLE N° 2 4^{éme} MATH
	MATHEMATIQUES
	Durée : 2 heures 15 / 03 / 2011

Exercice N°1(7 points)

A] La figure ci-dessous ,montre la courbe representative (γ) ,dans un repere orthonormé ,de la fonction h définie sur l'intervalle]0,+ ∞[par h(x)= 1-x+2Lnx

1) a) Montrer que $3,51 < \alpha < 3,52$

b) Déterminer le maximum de h(x)

2) a) Calculer $\int_1^{\alpha} \ln x dx$ en fonction de α

b) En déduire l'aire S(α) du domaine hachuré limite par (γ) et l'axe des abscisses

B] Soit f la fonction définie sur]0,+ ∞[par f(x)= $\frac{1+2Lnx}{x^2}$ .On désigne par (C_f) la courbe representative de f dans un repere orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a) Determiner le point d'intersection de (C_f) avec l'axe des abscisses

b) Montrer que les axes du repere sont asymptotes a (C_f)

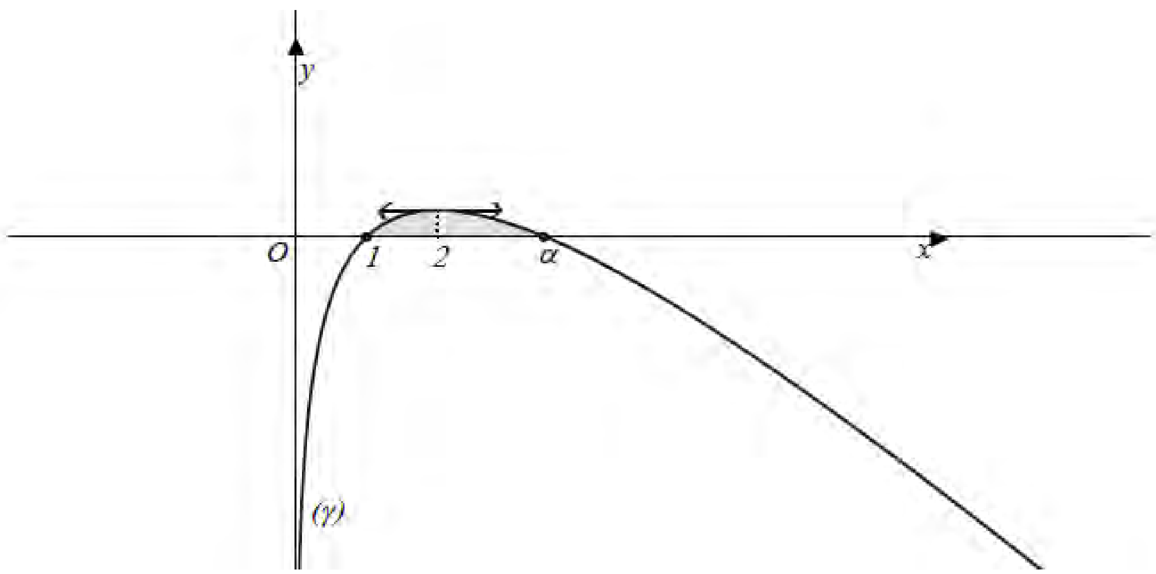
2) a) Dresser le tableau de variation de f et montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$

b) Tracer C_f

3) a) Montrer que la restriction de f a l'intervalle [1,+ ∞[admet une fonction reciproque f^{-1}

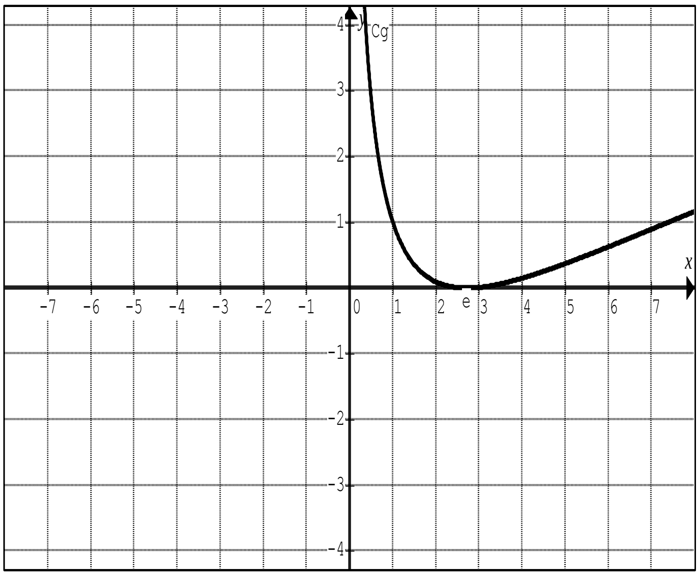
b) Déterminer le domaine de définition et le domaine de dérivabilité de f^{-1}

c) Résoudre l'inequation $f^{-1}(x) > \alpha$



Exercice N°2(6points)

La figure ci-dessous ,montre la courbe representative (Cg) ,dans un repere orthonormé ,de la fonction g définie sur l'intervalle]0,+ ∞[par g (x)= (1- Lnx)^2.la courbe Cg admet une brnche parabolique de direction (Ox).Cg coupe (Ox) au point d'abscisse e



1) Par lecture graphique

a) Dresser le tableau de variation de g

b) Determiner $\lim_{x\to+\infty} \frac{g(x)}{x}$

2) Soit h la restriction de g sur [e, +∞[.

Montrer que h realise une bijection de $[e,+\infty[$ sur $[0,+\infty[$

3) Montrer que $\forall x \in [0,+\infty[$, $g^{-1}(x) = e^{1+\sqrt{x}}$

4) Pour tout n $\in IN^*$ $on\ pose\ I_n = \int_1^e (1-Lnt)^n\,dt$

a)Calculer I_1

b) En utilisant une integration par partie montrer que pour tout n de N* on a $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$

c) On désigne par A et B les points de C_g d'abscisses respectifs 1 et e .Soit V le volume du solide de revolution engendré par la rotation de l'arc AB de la courbe (C_g) autour de l'axe des abscisses .Calculer V

Exercice N°3(7 points)

On considere un triangle rectangle ABC tels que AB=2AC et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ Soit I le milieu de [AB]

1) Soit S la simlitude directe qui transforme A en B et C en A
   a) Determiner le rapport et l'angle de S
   b) Soit Ω le centre de S .Montrer que Ω est le projete orthogonale de A sur (BC)
2) Soient Γ *et* Γ' les cercles de diametres respectives [AC] et [AB]

a) Montrer que S(Γ) = Γ'

b) La droite (IC) recoupe (Γ) en E .On pose F=S(E) .Montrer que les points A,E et F sont alignées Construire F

3) Soit f la simlitude indirecte qui transforme Ω en A et A en B
   a) Vérifier que le rapport de f est different de 1 et montrer que f((BC))=(AC)
   b) Vérifier que $f \circ f$ est une homothetie et en déduire que , $f \circ f((\Omega C)) = (BC)$ et f ((AC))=(BC)
   c) Déeterminer alors le centre de f et construire son axe Δ
4) On suppose que AC=1 .On munie le plan complexe du repere orthonormé (A, $\overrightarrow{AI},\overrightarrow{AC}$)
   a) Donner l'écriture complexe de S et déduire que l'affixe de Ω *est* $z_\Omega = \frac{2}{5}+\frac{4}{5}i$
   b) Déterminer l'écriture complexe de f
   c) Déduire une équation cartesienne de (Δ)

**************************   **BON TRAVAIL**************************