Mr : Khammour.K *Série n°2 :* ***nombre complexe*** *4^{eme} M*

Exercice n°1 :(QCM)

I) Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

1) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A et B d'affixes respectives 1 et i.

i) L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\dfrac{z-i}{z-1}$ est un réel est :

a)La droite $(AB)\backslash\{A\}$; b) le segment $[AB]\backslash\{A\}$; c) le cercle de diamètre $[AB]\backslash\{A\}$

ii) L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\arg(\dfrac{z-i}{z-1})\equiv\dfrac{\Pi}{2}(2\Pi)$ est :

a)un cercle de diamètre $[AB]\backslash\{A,B\}$; b) Un demi-cercle de diamètre $[AB]$ c) un demi cercle de diamètre $[AB]\backslash\{A,B\}$

2) Si $z=-\sqrt{3}+e^{i\frac{\Pi}{6}}$, alors la forme exponentielle de z est :

a) $e^{i\frac{5\Pi}{6}}$ b) $e^{i\frac{7\Pi}{6}}$ c) $\sqrt{3}e^{-i\frac{\Pi}{6}}$

3) La forme exponentielle de $z=1-ie^{i\theta}$; $\theta\in]0,\Pi[$ est :

a) $2\cos(\dfrac{\Pi}{4}-\dfrac{\Pi}{2})e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\Pi}{4})}$ b) $-2\cos(\dfrac{\Pi}{4}-\dfrac{\Pi}{2})e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{3\Pi}{4})}$ c) $2\sin(\dfrac{\Pi}{4}-\dfrac{\Pi}{2})e^{i(\frac{\theta}{2}-\frac{\Pi}{4})}$

II) répondre par vrai ou faux

1) $\left(\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2014}=1$ 2) $\bar{z}=z\Rightarrow z$ est réel 3) $z=i-1$ alors $|z|=2$

Exercice n°2 :

Pour tout nombre complexe z on pose $f(z)=z^3-(2\sqrt{2}+2i)z^2+(4+4i\sqrt{2})z-8i$

1) a- Calculer $f(2i)$

b-Vérifier que $f(z)=(z-2i)(z^2-2\sqrt{2}z+4)$

c) –Résoudre alors dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z)=0$

2) Dans le plan P rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A,B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$; $z_B = \sqrt{2}+i\sqrt{2}$; $z_C = \sqrt{2}-i\sqrt{2}$

a) Ecrire z_A, z_B, z_C sous forme exponentielle

b) Montrer que le triangle OBC est un triangle isocèle rectangle en O.

Exercice n°3 :

Soit $\theta \in \left]0, 2\Pi\right[$; On pose pour tout nombre complexe z :

$f_\theta(z) = z^2 - (i+e^{i\theta})z + (1+i)(-1+e^{i\theta})$

1. 1/ a-Vérifier que $f_0(1+i) = 0$

   b- En déduire les solutions de l'équation $f_\theta(z) = 0$

   2/Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(0,\vec{i},\vec{j})$,on considère les points A ,B et M d'affixes respectives $-1, i\sqrt{3}, -1+e^{i\theta}$

   a- Montrer que lorsque θ varie dans $\left]0, 2\Pi\right[$, M varie sur un cercle (C) de centre A dont on précisera le rayon

   b- Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles la droite (BM) est tangente au cercle (C)

Exercice n°4 :

Soit l'équation $(E): z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2 = 0$

1 / Montrer que si z est solution de (E) alors $\bar{z}$ est aussi racine de (E)

2/ a- Montrer que i et $i+1$ sont des racines de (E)

b- On déduire les deux autres solutions de (E)

c- Factoriser $P(z) = z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$ en trinômes de second degré.

Exercice n°5 :

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante avec $\theta \in \left]0, \Pi\right[$

- $z^2 - 2iz - 1 - e^{i\theta} = 0$