L.S.Menzel Hayat	Série 20	Afli Ahmed
Avril 2013	Contrôle 3	4sc.exp

Exercice 1 :

Dans L'annexe n°1 ; on a deux courbes (C_1) et (C_2) une représente la fonction f définie sur IR par $f(x) = (x^2+1)e^{-x}$ et l'autre représente la fonction f ' fonction dérivée de f.

1) En justifiant votre réponse ; indiquer la courbe de chacune des fonctions f et f '.

2)a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

b) Montrer que $f'(x) = -(x-1)^2 e^{-x}$ puis dresser le tableau de variation de f.

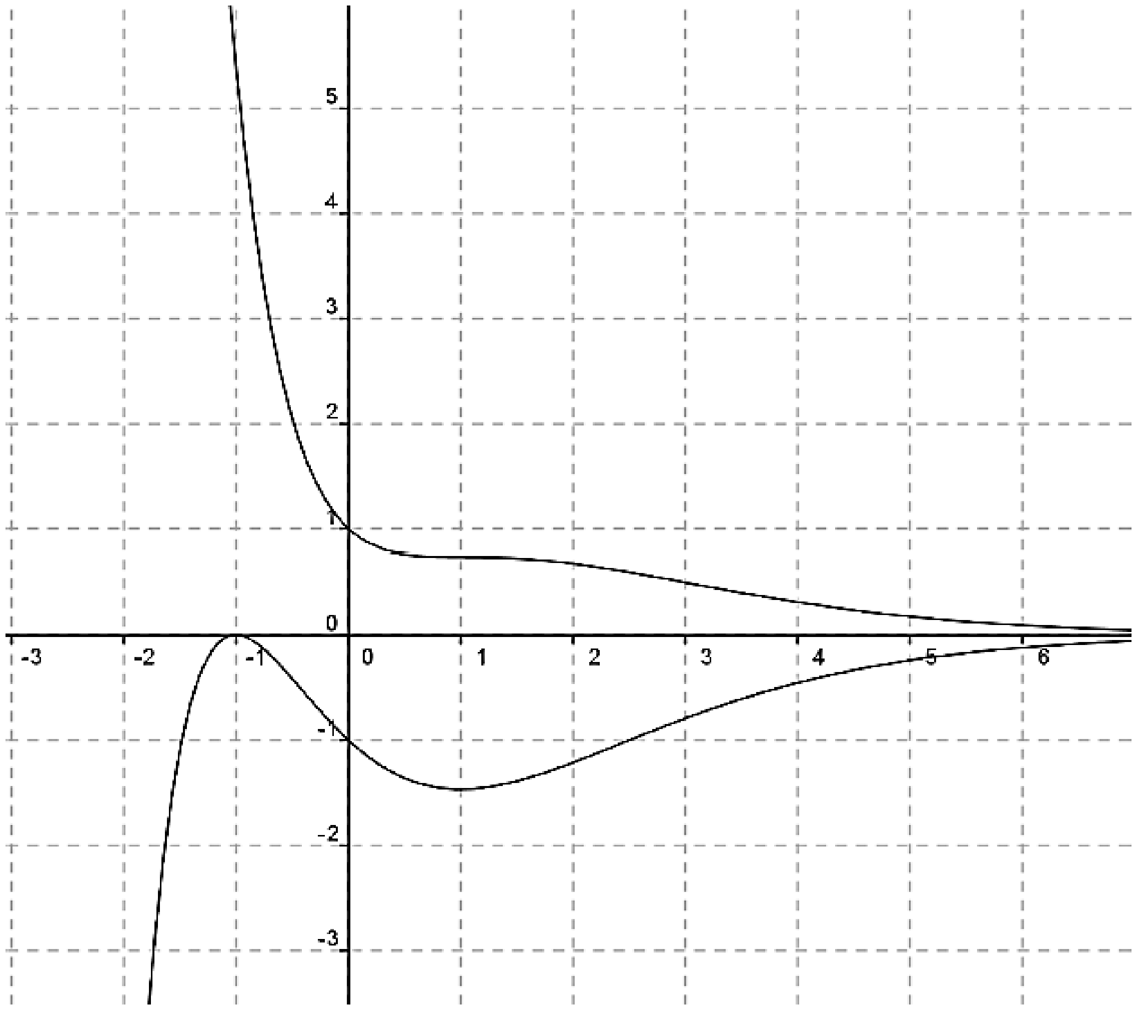
3) Soit α un réel de $[0,+\infty[$.

a) Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe de f ' ,l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=0$ et $x = \alpha$.

b) Par une double intégration par partie, Montrer que : $\int_0^{\alpha} f(x)dx = -(\alpha^2 + 2\alpha + 3)e^{-\alpha} + 3$.

c) Soit $A(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (C_1) , (C_2) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \alpha$.

Calculer $A(\alpha)$ en fonction de α puis calculer $\lim\limits_{\alpha \to +\infty} A(\alpha)$.



EXERCICE 4 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe on a représenté , dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$,

la courbe C_f de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^x+x+2}{e^x+1}$.

1) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ et tracer l'asymptote à C_f au voisinage de $+\infty$.

2) a/ Vérifier que pour tout réel x , $f(x)=x+2-\dfrac{xe^x+e^x}{e^x+1}$.

b/ En déduire que C_f admet au voisinage de $-\infty$ une asymptote Δ qu'on précisera.

c/ Etudier la position relative de la courbe C_f et l'asymptote Δ puis tracer Δ.

3) Montrer que pour tout réel x , $f'(x)=\dfrac{1-xe^x}{(e^x+1)^2}$.

4) Soit α l'abscisse du point A de la courbe C_f où la tangente est horizontale.

a/ Vérifier que α est différent de 0.

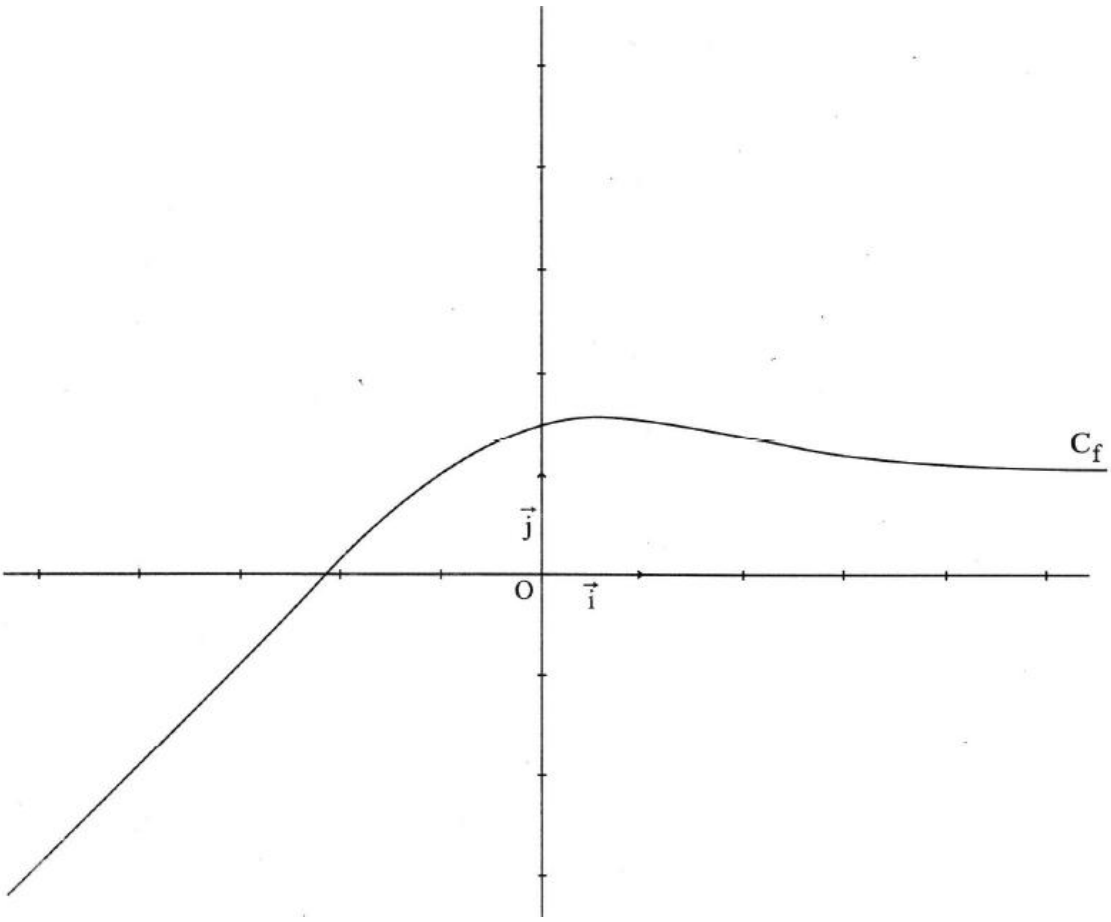
b/ Montrer que $e^\alpha=\dfrac{1}{\alpha}$ puisque $f(\alpha)=\alpha+1$.

c/ Construire alors le point A et la tangente à la courbe C_f au point A.

5) Soit h la restriction de f à l'intervalle $[\alpha,+\infty[$.

a/ Montrer que h réalise une bijection de l'intervalle $[\alpha,+\infty[$ sur un intervalle que l'on précisera.

b/ Tracer la courbe de h^{-1} dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.



Exercice 3 :

Tous les résultats de cet exercice seront arrondis à 10^{-2} près.

Un site touristique dont le billet d'entrée coûte 4 € propose deux possibilités de visite, une visite à pied sans frais supplémentaire ou une visite en car avec fais supplémentaires de 3 € par personne.

Une buvette est installée sur le site.
On y vend un seul type de boisson au prix de 2 € l'unité.
On suppose qu'à la buvette un touriste achète au plus une boisson.

Un touriste visite le site. On a établi que :
- la probabilité pour qu'il visite à pied est 0,3
- la probabilité qu'il visite à pied et achète une boisson est 0,18
- la probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite en car est 0,8.

On note :
- C l'événement : " le touriste visite en car ".
- B l'événement : " le touriste achète une boisson ".

1. Donner $p(\overline{C} \cap B)$ et $p(\overline{C})$.

2. Le touriste visite à pied. Quelle est la probabilité qu'il achète une boisson ?

3. a) Montrer que $p(B) = 0{,}74$.
   b) En déduire la recette moyenne prévisible de la buvette lors d'une journée où 1000 touristes sont attendus sur le site.

4. On appelle **d** la dépense (entrée, transport éventuel, boisson éventuelle) associée à la visite du touriste.
   a) Quelles sont les valeurs possibles de **d** ?
   b) Etablir la loi de probabilité de **d**. On présentera le résultat dans un tableau.
   c) Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?

Exercice 4 :

1) Résoudre les équations différentielles $(E) : y' + y\ln 2 = \ln 2$ et $(E') : y'' + \pi^2 y = 0$
2) On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux fonctions f et g solutions des équations (E) et (E'). Expliciter $f(x)$ et $g(x)$.
3) Calculer l'aire de la partie du plan colorée sur la figure 2.

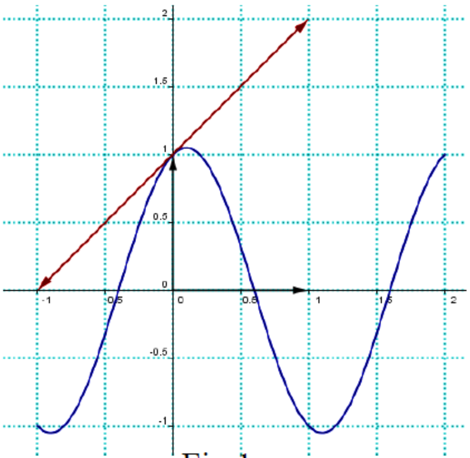


Fig 1

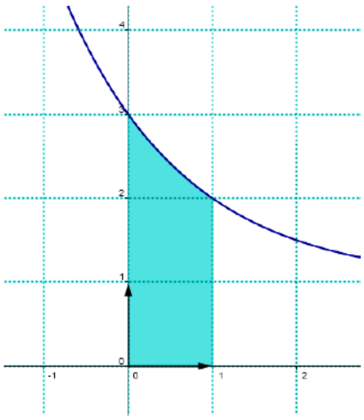


fig 2