

Annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom :

Exercice 1 (4 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ et on suppose que f est la dérivée d'une fonction F sur $]0 ; +\infty[$ (c'est à dire $F' = f$).

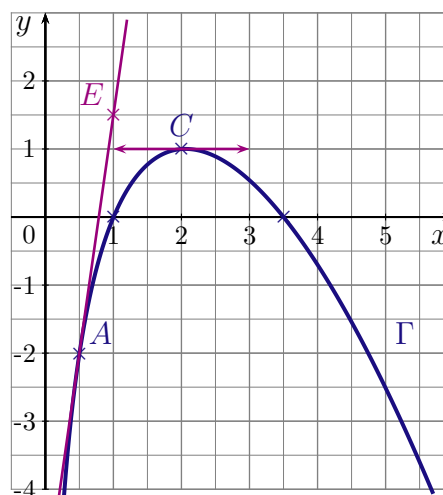
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormé est tracée ci-contre.

L'axe (O, \vec{j}) est asymptote à la courbe Γ .

La courbe Γ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction (O, \vec{j}) .

La courbe Γ admet au point C une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La droite (AE) est tangente à la courbe Γ au point A .



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe, à rendre avec la copie. Les réponses ne seront pas justifiées.

affirmation	vraie	fausse
1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
4) $f'(2) = 0$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
5) $f'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{7}$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
6) $f'(3) > 0$.	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
7) F est croissante sur $[1 , 3]$	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
8) F admet deux extrémums locaux	<input type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F

Exercice 2 (3 points)

Soit (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 3$.
2. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 + 2^n$.

Exercice 3 (4 points)

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) :
$$\begin{cases} x - y + z = 17 \\ 9x + 3y + z = -43 \\ 6x + y = -27 \end{cases}$$

2. Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels. On suppose que la courbe \mathcal{C}_f de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) passe par les points $A(-1, 16)$ et $B(3, -16)$ et qu'elle admet en B une tangente horizontales (parallèle à l'axe (O, \vec{i})).
 - (a) Montrer que le triplet (a, b, c) vérifie le système (S).
 - (b) Déterminer alors la fonction f .

Exercice 4 (6 points)

1. Étudier le signe du polynôme $P(x) = -4x^2 + 6x + 4$. (On donne : $P(-\frac{1}{2}) = 0$ et $P(2) = 0$)
2. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{4x - 3}{x^2 + 1}$. On note f' sa fonction dérivée. Sa courbe représentative \mathcal{C}_f dans un repère du plan est donnée ci-dessous.
 - (a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \frac{P(x)}{(x^2 + 1)^2}$.
 - (b) Étudier les variations de la fonction f .
 - (c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse -3 .

Tracer la tangente T dans le repère ci-dessous.

