

EXERCICE N : 1 (8.5 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + \sqrt{4-x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2+3}{2x^2+5} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé $R(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer D_f le domaine de définition de f . justifier la réponse

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu .

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu .

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ Interpréter géométriquement les résultats obtenus .

3) a) Etudier la continuité de f en 0 .

b) Déterminer D_c le domaine de continuité de f . justifier la réponse

4) a) Donner le sens de variation de f sur $] -\infty ; 0 [$.

b) Sans résoudre l'équation : $f(x) = 0$, montrer qu'elle admet une unique solution α dans $] -\frac{1}{2} ; -\frac{1}{3} [$

5) Soit g la restriction de f sur $[0 ; +\infty [$.

a) Montrer que g est majorée par 1 .

b) 1 est-il un maximum de g ? justifier la réponse .

EXERCICE N : 2 (3.5 points)

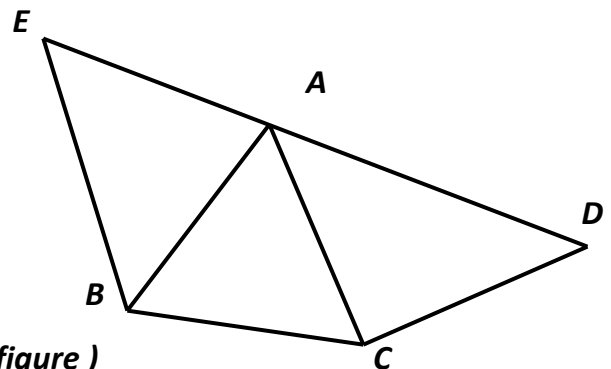
Le plan P est orienté dans le sens direct .

On considère un triangle équilatéral ABC

tel que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi)$ et ACD un triangle

direct rectangle et isocèle en C .

Soit E un point de la droite (AD) tel que $AE = AB$. (Voir figure)



1) $\frac{100\pi}{3}$ est elle une mesure de $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$?

2) Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BA})$ et $(-2\overrightarrow{CA}; -3\overrightarrow{DA})$.

3) Déterminer les mesures principales des angle orientés $(\overrightarrow{EB}; \overrightarrow{EA})$ puis $(\overrightarrow{EB}; \overrightarrow{DC})$.

4) Soient les points M et N tels que $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BM}) \equiv \frac{5\pi}{6} (2\pi)$ et $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AN}) \equiv \frac{5\pi}{3} (2\pi)$.

Montrer que les droites (BM) et (AN) sont perpendiculaires .

EXERCICE N : 3 (8 points)

Soit dans le plan P un triangle rectangle en A tel que $BC = 6$ et $AB = 3\sqrt{3}$. (Unité : 1 cm)
On désigne par G son centre de gravité et par I le milieu de $[BC]$.

1) Calculer AC , $\cos(\widehat{ACB})$ et $\cos(\widehat{ABC})$ puis construire le triangle ABC .

2) Montrer que $\overline{GB} \cdot \overline{GC} = -8$.

3) Soit l'application $f: P \rightarrow \mathbb{R}; M \mapsto f(M) = \overline{MB} \cdot \overline{MC} - \overline{AG} \cdot \overline{MG}$.

a) Calculer $f(A)$ et $f(G)$.

b) Montrer que pour tout $M \in P$ on a : $f(M) = MG^2 - 8$.

c) Déterminer et construire l'ensemble : $(\mathcal{E}) = \{ M \in P \text{ tels que : } f(M) = -4 \}$.

4) On pose : $\Delta = \{ M \in P \text{ tels que : } MC^2 - MB^2 = -6 \}$

a) Vérifier que $\overline{BG} = \frac{1}{3} (\overline{BA} + \overline{BC})$ et $\overline{CG} = \frac{1}{3} (\overline{CA} + \overline{CB})$.

b) En déduire que $GB^2 = 13$ et $GC^2 = 7$ puis vérifier que $G \in \Delta$.

c) Montrer que $M \in \Delta$ signifie que $\overline{MG} \cdot \overline{BC} = 0$.

d) Déterminer et construire l'ensemble Δ .

Bon travail. 😊