SERIES D'EXERCICES

Activités dans un repère

EXCERICE N°1 :

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O\ ;\ \overrightarrow{OI})$

1) Placer les points $A, B\ et\ C$ d'abscisses respectives $x_A = 3$, $x_B = -1\ \ et\ x_C = -3$
2) Déterminer : $\overline{AB}$, $\overline{IA}\ et\ \overline{CB}$
3) Montrer que : $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} = \vec{0}$

EXCERICE N°2 :

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O\ ;\ \overrightarrow{OI})$, tel que : $OI = 1$.Soient $A, B\ et\ C$ trois points de Δ d'abscisses respectives $x_A = -2$, $x_B\ \ et\ x_C = \frac{7}{2}$

1) Déterminer : $AC\ et\ IA$
2) Déterminer x_B, sachant sue : $AB = \frac{7}{2}\ et\ x_B > 0$

EXCERICE N°3 :

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O\ ;\ \overrightarrow{OI})$.Soient $A\ et\ B$ deux points de Δ d'abscisses respectives $x_A = -2\ \ et\ \ x_B = 3$

1) Déterminer l'abscisse du point E milieu du segment $[AB]$.
2) Montrer que E est le milieu du segment$[OI]$.
3) Soit F un point de Δ , déterminer x_F, sachant que : I soit le milieu de $[BF]$.

EXCERICE N°4 :

Soit Δ une droite munie d'un repère $(O\ ;\ \overrightarrow{OI})$.Soient $E, F\ et\ H$ trois points de Δ d'abscisses respectives $x_E = -2$, $x_F\ \ et\ x_H$.

1) On suppose que : $\overrightarrow{IE} + 2\overrightarrow{IF} = \vec{0}$
   a- Montrer que : $\overrightarrow{EF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EI}$
   b- Déterminer$x_F\ et\ placer\ F$.
2) On suppose que : $\overrightarrow{HF} = \overrightarrow{EI}$
   a- Déterminer x_H et placer H.
   b- Montrer que : $[IH]\ et\ [EF]$ ont même milieu.

EXCERICE N°5 :

Soit $(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ})$ un repère du plan. Soient $A(4\ ;2)$, $B(2\ ;4)\ et\ E\left(\frac{5}{2}\ ;\ \frac{3}{2}\right)$ trois points du plan.

1)
   a- Déterminer les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AE}$
   b- Montrer que les points A , $E\ et\ I$ sont non-alignés.
2) Déterminer les coordonnées du point C tel que E le milieu de$[AC]$.
3) On définit le point G par : $2\overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$
   a- Ecrire $\overrightarrow{BG}$ en fonction de $\overrightarrow{BE}$. Que représente G dans le triangle ABC ?
   b- Déterminer les coordonnées de G.
4) Soit $\{F\} = (BC) \cap (AG)$.déterminer les coordonnées de F.

EXCERICE N°6 :

Soit $(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ})$ un repère orthonormé du plan. Soient $A(-2\ ;1)$, $B(2\ ;\ -1)\ et\ C(0\ ;5)$ trois points du plan.

1) Calculer les distances AB , $AC\ et\ BC$.
2) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A.
3)
   a- Montrer que : $B = S_O(A)$.
   b- Déterminer les coordonnées de G, centre de gravité du triangle ABC.

EXCERICE N°7 :

Soit $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ}\right)$ un repère orthonormé du plan.

1)
   a- Placer les points $A(-2\ ;\ -3)$, $B(2\ ;\ -1)\ et\ C\left(-\frac{7}{2}\ ;0\right)$
   b- Déterminer l'abscisse du point $H(x\ ;0)$, sachant que $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AH}$ soient colinéaires.
2)
   a- Calculer les distances $AB, AC\ et\ BC$.
   b- Déterminer la nature du triangle ABC.
3) Soit D un point de (AC), tel que : $\overrightarrow{DA} - 4\overrightarrow{DC} = \vec{0}$
   a- Ecrire $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$
   b- Déterminer –par calcul– les coordonnées de D.
   c- En déduire AD et la nature du triangle ABD.
4) Soient $E\ et\ F$ deux points du plan tels que : $D = S_E(B)\ et\ F = S_E(A)$.
   Déterminer –par calcul– les coordonnées de $E\ et\ F$.
5) Soit Gun point du plan tel que : $3\overrightarrow{BG} - 2\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$
   a- Ecrire $\overrightarrow{DG}$ en fonction de $\overrightarrow{DE}$.
   b- Déterminer –par calcul– les coordonnées de G.Conclure.
6)
   a- Déterminer les fonctions affines représentées par les droites$(AB)\ et\ (DI)$
   b- Déterminer –par calcul– les coordonnées du point d'intersection des droites $(AB)\ et\ (DI)$.

EXCERICE N°8 :

Soit $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ}\right)$ un repère orthonormé du plan. Soit ζ le cercle de centre $H\left(\frac{3}{2}\ ;2\right)$ et de rayon $R = 2$.
Soient $A\left(\frac{3}{2}\ ;0\right)\ et\ B\left(\frac{7}{2}\ ;0\right)$ deux points du plan.

1) Calculer la distance AH. En déduire que le point A appartient au cercle ζ.
2) Calculer la distance AB et déterminer la nature du triangle HAB.
3)
   a- Construire le point C tel que : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HC}$
   b- Montrer que le quadrilatère $ABCH$ est un carré.
   c- Déterminer les coordonnées du point C.
   d- Montrer que la droite (BC) est tangente au cercle ζ.

EXCERICE N°9 :

Soit $\left(O\ ;\ \overrightarrow{OI}\ ;\ \overrightarrow{OJ}\right)$ un repère orthonormé du plan. Soient $A(2\ ;4)$, $B(1\ ;1)\ et\ C(-2\ ;2)$ trois points du plan.

1) Montrer que les points A , $B\ et\ C$ sont non-alignés.
2) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle en B .
3) Soient les vecteurs : $\overrightarrow{BH} = \frac{1}{\sqrt{10}}\overrightarrow{BA}\quad et\quad \overrightarrow{BK} = \frac{1}{\sqrt{10}}\overrightarrow{BC}$.
   Montrer que :$\left(B;\ \overrightarrow{BH}\ ;\ \overrightarrow{BK}\right)$ est un repère orthonormé du plan.

EXCERICE N°10 :

Soit $ABCD$ un parallélogramme et a un réel non nul. On considère les points $P\ et\ Q$ définis par :
$\overrightarrow{DP} = a\overrightarrow{DC}\quad et\quad \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{a}\overrightarrow{BC}$

1) Déterminer les coordonnées de $A, P\ et\ Q$ dans le repère$\left(D\ ;\overrightarrow{DC}\ ;\ \overrightarrow{DA}\right)$.
2) Montrer que les points A , $P\ et\ Q$ sont alignés.

EXCERICE N°11 :

On considère un carré $ABCD$ de coté 2 cm et deux triangles équilateraux$CMD\ et\ CNB$, avec M à l'intérieur du carré et N à l'extérieur du carré $ABCD$.

1) Donner les coordonnées des points A , B , C , D , $M\ et\ N$ dans le repère $\left(D\ ;\ \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}\ ;\ \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}\right)$.
2) Montrer que les points A , $M\ et\ N$ sont alignés.
3)
   a- Montrer que le triangle CMN est rectangle, calculer son aire.
   b- Calculer l'aire du triangle ANB.