Classe : 4sc info02	***DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1***	**durée : 02 heures**
Lycée : hamouda Bacha		**date : 08-12-2011**

<u>Exercice N°1</u> :(3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une des trois réponses proposées est exacte. L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. (Aucune justification n'est demandée).

I) $Soit\ f(x) = ln(1 - x^2)$

1) $L'ensemble\ de\ définition\ de\ f\ est$

$a)\ D_f = [-1,1]$ $\quad b) D_f =]-1,1[$ $\quad c)\ D_f =]0,+\infty[$

2) $La\ fonction\ dérivée\ de\ f\ est\ égale$

$a)\ f'(x) = \dfrac{x}{1-x^2}$ $\quad b)\ f'(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}$ $\quad c) f'(x) = \dfrac{2x}{1-x^2}$

II) $Soit\ f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x+1}$ $,x \in]0,+\infty[\ et\ F\ est\ une\ primitive\ de\ f\ définie\ sur\ ]0,+\infty[\ ,alors$

$a)\ F(x) = ln(x^2 + x) + k$ $\quad ; \quad b) F(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} + k$ $\quad , \quad c)\ F(x) = \ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right) + k$

<u>Exercice N°2</u> :(6pts)

1) $On\ a\ représenté\ ci-dessous\ le\ tableau\ de\ variation\ de\ la\ fonction\ g\ définie\ sur\ ]0,+\infty[$ $par\ g(x) = x^2 - 1 + \ln(x)$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$			$+$		
g	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

$Déterminer\ le\ signe\ de\ g(x) suivant\ les\ valeurs\ de\ x$

2) $On\ considére\ la\ fonction\ f\ définie\ sur\ ]0,+\infty[\ par$:

$f(x) = x - 1 - \dfrac{\ln(x)}{x}$ $;On\ désigne\ par\ (C) la\ courbe\ de\ f\ dans\ un\ repère\ orthonormé\ (O,\vec{i},\vec{j})$

$a)\ Calculer\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\ et\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)\ \ et\ interpréter\ graphiquement\ le\ résultat$

$b)\ Monter\ que\ la\ droite\ D: y = x - 1\ est\ une\ asymptote\ à\ la\ courbe\ (C)$

3) $a)\ Démonter\ que\ pour\ tout\ x \in]0,+\infty[$:

$f'(x) = \dfrac{g'(x)}{x^2}$

$b)\ Dresser\ le\ tableau\ de\ variation\ de\ f$

4) $a) Etudier\ la\ position\ relative\ de\ la\ courbe\ (C) de\ f et\ de\ la\ droite\ D$

$b)\ Tracer\ \ D\ et\ (C)$

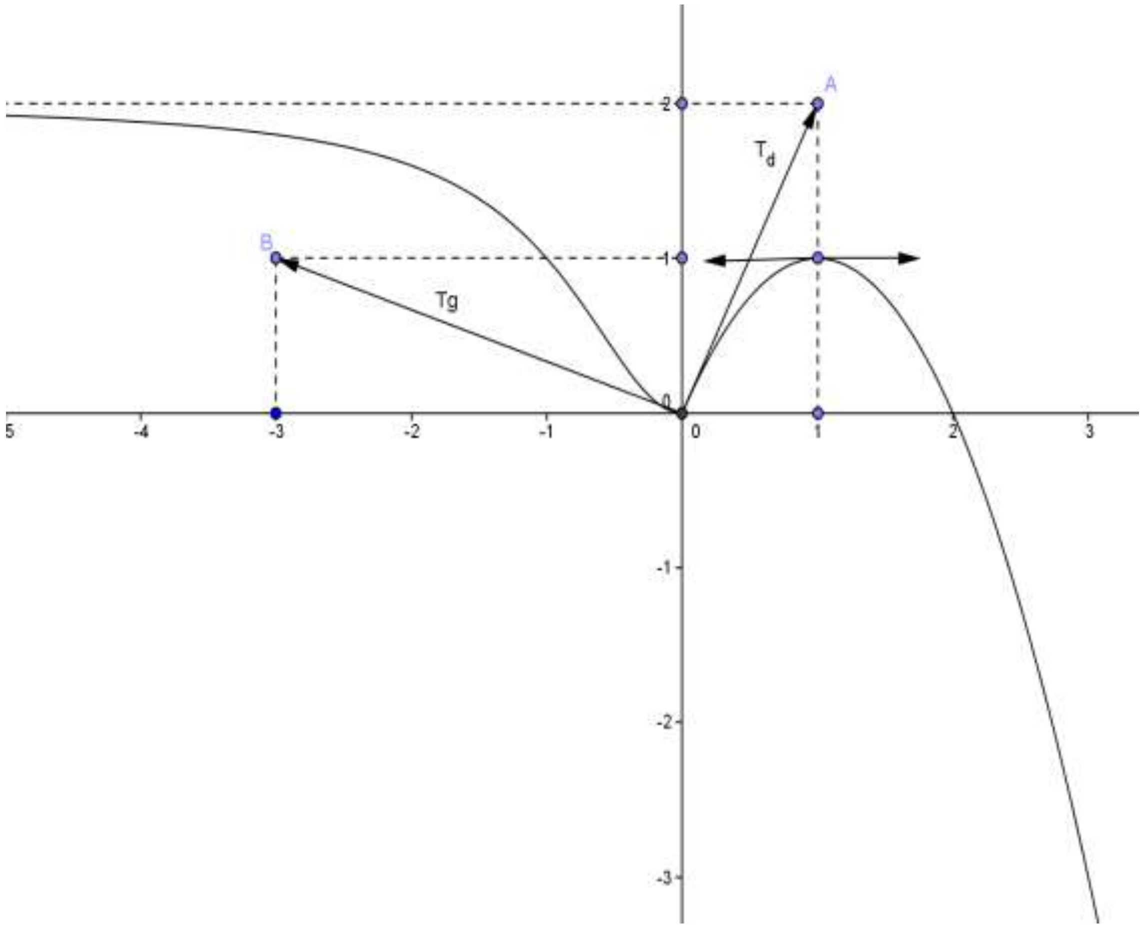
5) $Montrer\ que\ la\ fonction\ \ F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}(lnx)^2 - x + 1\ est\ une\ primitive\ de\ f sur]0,+\infty[$

<u>Exercice N°3</u>:(4pts)

1) $a)\ justifier\ que\ l'équation\ 9x+5y=1\ admet\ des\ solutions\ dans\ \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$
   $b)\ Donner\ une\ solution\ particulliére\ de\ l'équation 9x+5y=1$
   $c)\ En\ déduire\ une\ solution\ particuliére\ de\ l'équation\ (E): 9x+5y=23$
   $d)\ Résoudre\ Dans\ \mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\ l'équation\ (E)$
2) $On\ considére\ le\ systeme\ (S): \begin{cases} n\equiv 8[9] \\ n\equiv 4[5] \end{cases}\ avec\ n\ \in\mathbb{Z}$
   $a) Montrer\ que\ le\ systeme\ (S) est\ équivalent\ à\ n\equiv 44[45]$
   $b)\ trouver\ les\ entiers\ naturels\ n\ compris\ entre 120\ et\ 130\ et\ leurs\ restes\ de\ la\ division\ euclidienne\ modulo\ 45\ est\ 44$

<u>Exercice N°4</u> :(4pts)

$La\ figure\ suivante\ presente\ une\ courbe\ d'une fonction\ f\ définie\ sur\ IR$
T_d et T_g $disigne\ les\ tangentes\ a\ lea\ courbe\ (C) de\ f\ en\ O$



1) $par\ une\ lecture\ graphique\ déterminer:$
   $a)\ \lim_{x\to-\infty} f(x)\ \ ;\ \lim_{x\to+\infty} f(x)\ \ et\ \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$
   $b) f(0)\ ; f(1)\ ; f'(1)\ , f'_g(1)\ et\ f'_d(1)$
   $c)\ le\ signe\ de\ f(x)\ suivant\ les\ valeurs\ de\ x$
   d) $lle\ tableau\ des\ variations\ de\ f$
2) $On\ considére\ la\ fonction\ g\ définie\ par\ g(x)=ln[f(x)]$
   $a)\ Vérifier\ que\ D_g=]-\infty,0[\cup]0,2[$
   $b)\ Calculer\ g'(x)\ a\ l'aide\ de\ f'(x)\ et\ f(x)\ pour\ x\ \in]-\infty,0[\cup]0,2[$
3) $Déterminer\ alors\ le\ sens\ des\ variations\ de\ g$

<u>Exercice N°5</u> :(3pts)

$Soit\ la\ fonction\ \ f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{lnx - 1}}$

1) $résoudre\ dans\ IR\ l^{'}inéquation : lnx - 1 > 0$
2) $En\ déduire\ l^{'}ensemble\ \ de\ définition\ \ I\ de\ f$
3) $a)\ Montrer\ que\ f\ admet\ une\ primitive\ F\ sur\ I$
   $b)\ Déterminer\ F(x) tels\ que\ F(e^2) = 0$