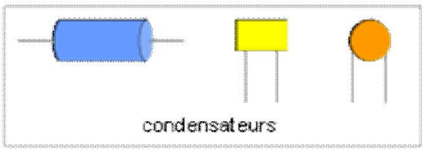
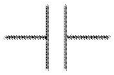
I. Le condensateur

A. Description et symbole

Un condensateur est constitué de deux surfaces conductrices métalliques (les armatures) séparées par un isolant (air, papier, céramique…). Il a généralement l'une des formes suivantes :

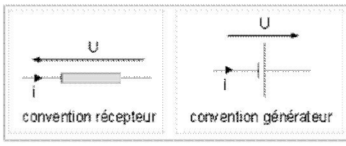


Le symbole normalisé du condensateur est : 

Les deux traits parallèles représentent les armatures.

B. Conventions récepteur et générateur

Pour étudier le comportement électrique d'un dipôle, il est nécessaire d'orienter le circuit série ou la branche dans lequel il se trouve. Le sens d'orientation, choisi arbitrairement, est indiqué par des flèches-intensités.
L'intensité est positive si le sens du courant électrique est le même que le sens d'orientation choisi par l'expérimentateur ; elle est négative dans le cas contraire.

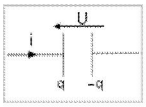


Convention récepteur (appliquée à tous les dipôles autres que les générateurs) : les flèches tension U et intensité i sont de sens opposés

Convention générateur : les flèches tension U et intensité i sont dans le même sens

C. Relation entre la tension U d'un condensateur et la charge q d'une de ses armatures

Représentons un condensateur et adoptons les conventions suivantes :
- la flèche tension pointe vers l'armature de charge q
- les flèches tension U et intensité i sont de sens opposés (conformément à la convention récepteur).



Remarque : la flèche intensité et la flèche tension pointent toutes les deux vers l'armature de charge q.

Si les conventions précédemment énoncées sont respectées, alors on a la relation :

$q = CU$	q : charge électrique en coulomb (C) C : capacité du condensateur en farad (F) U : tension en volt (V)

Pour exprimer la capacité d'un condensateur, les sous-multiples du farad sont très souvent employés :
- le microfarad : 1 µF = 10^{-6} F
- le nanofarad : 1 nF = 10^{-9} F
- le picofarad : 1 pF = 10^{-12} F

D. Relation entre charge électrique et intensité

L'intensité est un débit de charges électriques transportées par les électrons (dans les métaux) ou les ions (dans les solutions).

Rappel : le sens de déplacement des électrons est contraire au sens conventionnel du courant.

Si les conventions précédemment citées sont respectées, alors la relation suivante est vérifiée :

$i = \dfrac{dq}{dt}$	i : intensité (en ampère) du courant arrivant sur l'armature de charge q q : charge (en coulomb) d'une des armatures du condensateur

La notation $\dfrac{dq}{dt}$ représente la dérivée de la charge q par rapport au temps (exprimé en seconde).

- Si le courant circule réellement dans le sens indiqué par la flèche intensité, alors i, donc $\dfrac{dq}{dt}$, sont positifs ; cela signifie que la charge q augmente.

E. Energie emmagasinée par un condensateur

$E = \dfrac{1}{2}CU^2$	E : énergie en joule (J) emmagasinée par le condensateur C : capacité du condensateur en farad (F) U : tension du condensateur en volt (V)

En remplaçant, dans la formule précédente, « C » par « $\dfrac{q}{U}$ », on obtient :

$E = \dfrac{1}{2}qU$	E est en joule (J), q en coulomb (C) et U en volt (V)

A partir des expressions : $E = \dfrac{1}{2}CU^2$ et $U = \dfrac{q}{C}$, on obtient aussi :

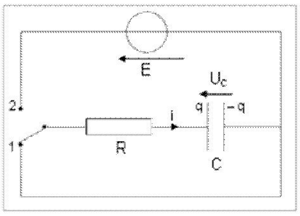
$E = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$	E est en joule (J), q en coulomb (C) et C en farad (F)

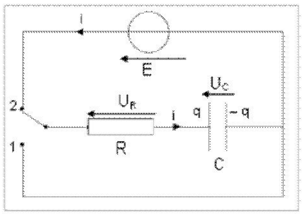
Le stockage et le déstockage de l'énergie ne peuvent jamais s'effectuer instantanément. C'est pourquoi la charge et la décharge d'un condensateur ne peuvent pas être instantanées. La tension aux bornes d'un condensateur et la charge électrique de chacune des armatures de ce condensateur sont donc toujours continues.

Remarque : l'intensité du courant traversant un dipôle RC peut tout à fait être discontinue.

II. Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

B. Description du montage utilisé pour l'étude du dipôle RC

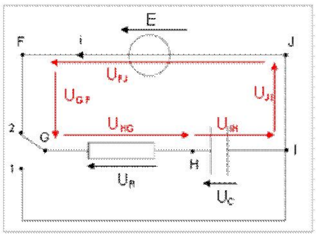




L'interrupteur permet de connecter le dipôle RC à un simple fil de connexion (position 1) ou au générateur de tension (position 2).
Lorsque l'interrupteur passe de la position 1 à la position 2, la tension entre les bornes du dipôle RC passe brusquement de 0 à la valeur constante E. Le dipôle est donc soumis à un échelon de tension.
Nous allons alors étudier l'évolution de :

- la tension U_C du condensateur
- l'intensité i du courant traversant le dipôle RC.

C. Tension entre les bornes du condensateur



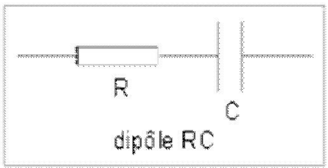
A la date t = 0, faisons basculer l'interrupteur de la position 1 à la position 2.
La loi d'additivité des tensions permet d'écrire, pour t > 0 : $U_{FJ} + U_{GF} + U_{HG} + U_{IH} + U_{JI} = 0$ avec :
$U_{FJ} = E$; $U_{GF} = 0$; $U_{HG} = -U_R$ (*) ; $U_{IH} = -U_C$; $U_{JI} = 0$.
On a donc : $E - U_R - U_C = 0$ soit : $E = U_C + U_R$ (1)
(*) Le signe « – » est dû au fait que les flèches tensions de U_{HG} et de U_R sont de sens inverses.

$U_R = Ri$ et $i = \frac{dq}{dt}$ donc : $U_R = R\frac{dq}{dt}$. De plus, $q = CU_C$, donc : $\frac{dq}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$ (la capacité C est une constante). Alors : $U_R = RC\frac{dU_C}{dt}$

L'équation (1) devient : $E = U_C + RC\frac{dU_C}{dt}$ (2) ou $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ (3)

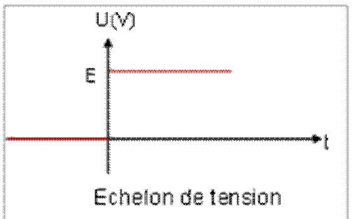
Les équations (2) et (3) font figurer une fonction ($U_C(t)$) et sa dérivée ($\frac{dU_C}{dt}$) ; ce sont des équations différentielles.

A. Définitions



dipôle RC

- On appelle dipôle RC l'association en série d'une résistance R avec un condensateur de capacité C :



Echelon de tension

- Un échelon de tension est un signal électrique de la forme indiquée ci-contre : La tension est discontinue ; elle passe brutalement de 0 V à une valeur constante E.
- On appelle réponse en tension du dipôle RC la tension U(t) du condensateur.
- La réponse en intensité du dipôle RC correspond à l'intensité i(t) du courant le traversant.

Vous admettrez que la solution de l'équation différentielle : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ (ou $E = U_C + RC\frac{dU_C}{dt}$) est de la forme : $U_C(t) = Ae^{\alpha t} + B$ (α : lettre grecque « alpha »)

Pour déterminer les valeurs de A, α et B, il faut trouver deux équations.

- La première est obtenue en remplaçant U_C par $Ae^{\alpha t} + B$ dans l'équation différentielle : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC}$ (ou $E = U_C + RC\frac{dU_C}{dt}$).

Vous avez vu (ou vous verrez bientôt) que : $(e^u)' = e^u \times u'$. Alors : $\frac{d}{dt}(e^{\alpha t}) = e^{\alpha t} \times \alpha$ et $\frac{dU_C}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{\alpha t} + B) = \frac{d}{dt}(Ae^{\alpha t}) = A\frac{d}{dt}(e^{\alpha t}) = Ae^{\alpha t} \times \alpha$

Alors : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow \alpha Ae^{\alpha t} + \frac{Ae^{\alpha t} + B}{RC} = \frac{E}{RC} \Rightarrow Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{1}{RC}) + \frac{B}{RC} = \frac{E}{RC}$ (4)

Le terme $\frac{E}{RC}$ est constant. Pour que l'équation (4) soit vérifiée pour toute date t, il faudrait aussi que le terme : $Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{1}{RC}) + \frac{B}{RC}$ soit constant, c'est-à-dire qu'il ne dépende pas du temps. Cela n'est possible que si : $\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \Leftrightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$

L'équation (4) devient : $\frac{B}{RC} = \frac{E}{RC}$, donc : $B = E$.

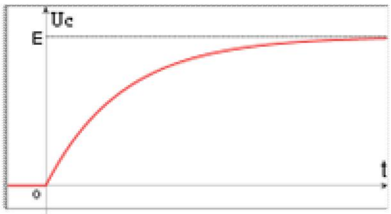
- La deuxième équation est établie à partir des conditions initiales :

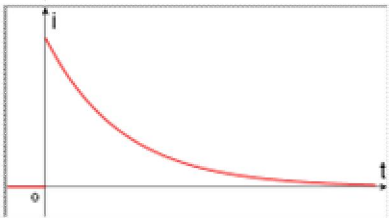
$U(0) = Ae^{\alpha \times 0} + B = A + B$ ($e^0 = 1$).
A t = 0, le condensateur est déchargé (q = 0) ; sa tension est donc nulle (car $U_C = \frac{q}{C}$) : U(0) = 0. Alors : $A + B = 0 \Rightarrow A = -B = -E$

On a finalement : $U_C(t) = Ae^{\alpha t} + B$ avec : $A = -E$, $\alpha = -\frac{1}{RC}$ et $B = E$. La tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur a donc pour expression :

$$U_C(t) = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + E \quad \Rightarrow \quad U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

$$\frac{E}{R} \qquad U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad \text{avec} \quad \tau = RC$$





D. Intensité du courant traversant le dipôle RC

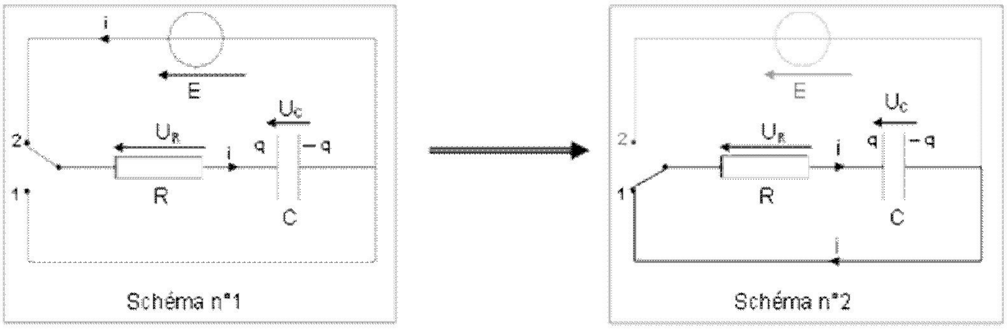
$$i(t) = \frac{dq}{dt} \quad \text{et} \quad q(t) = CU_C(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad \text{donc :} \quad i(t) = CE(-e^{-\frac{t}{RC}} \times (-\frac{1}{RC}))$$

$$\text{D'où :} \quad i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad \text{ou} \quad i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau = RC$$

III. Décharge d'un condensateur dans une résistance

A. Tension entre les bornes du condensateur

Chargeons un condensateur jusqu'à ce que sa tension U_C atteigne celle (= E) délivrée par le générateur (voir schéma n°1). Puis, à la date t = 0, faisons basculer l'interrupteur de la position 2 à la position 1 afin que le condensateur se décharge.



Remarque : Lorsque : $U_C = E$, on a aussi : $U_R = 0$ donc : $i = 0$. Plus aucun courant ne traverse le condensateur ; la charge de ce dernier est alors terminée.

Nous allons déterminer l'expression de la tension $U_C(t)$ du condensateur durant la décharge.
Pour commencer, considérons la maille tracée en noir sur le schéma n°2 (schéma représentant la situation à t > 0). La loi d'additivité des tensions appliquée à cette maille permet d'écrire : $U_R + U_C = 0$.

Or : $U_R = Ri = R\frac{dq}{dt} = R\frac{d(CU_C)}{dt} = RC\frac{dU_C}{dt}$ d'où l'équation : $RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$ (1) ou : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$ (2)

Vous avez vu précédemment (partie II.C de ce cours) que la fonction $U_C(t)$ est solution de l'équation (2) (ou (1)) si elle est de la forme : $U_C(t) = Ae^{\alpha t} + B$.

Pour déterminer les valeurs de A, α et B, il faut trouver deux équations.

- La première est obtenue en remplaçant U_C par $Ae^{\alpha t} + B$ dans l'équation différentielle (2) (ou(1)) : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0$

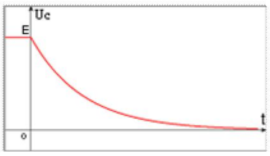
$\frac{dU_C}{dt} = Ae^{\alpha t} \times \alpha$ alors : $\frac{dU_C}{dt} + \frac{U_C}{RC} = 0 \Leftrightarrow \alpha Ae^{\alpha t} + \frac{Ae^{\alpha t} + B}{RC} = 0 \Rightarrow Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{1}{RC}) + \frac{B}{RC} = 0$ (3)

L'équation doit être vérifiée, quelle que soit la valeur de t. Il faut donc que : $\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$. L'équation (3) devient alors : $\frac{B}{RC} = 0$, d'où : $B = 0$.

- La deuxième équation est établie à partir des conditions initiales (i.e. à t = 0).

Juste avant t = 0, on a : $U_C = E$. Puisque la tension du condensateur ne peut pas être discontinue, on a encore, à t = 0 : $U_C = E$.
Alors : $U_C(0) = Ae^0 = A$ et $U_C(0) = E$. On a donc : $A = E$.

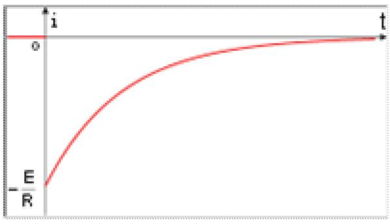
Finalement : $U_C(t) = Ae^{\alpha t} + B$ avec : $A = E$, $\alpha = -\frac{1}{RC}$ et $B = 0$. Alors : $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$ ou $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = RC$.



B. Intensité du courant traversant le dipôle RC

$i(t) = \frac{dq}{dt}$ et $q(t) = CU_C(t) = CEe^{-\frac{t}{RC}}$ donc : $i(t) = CEe^{-\frac{t}{RC}} \times (-\frac{1}{RC})$

$\Rightarrow$ $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ ou $i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$



Remarque : L'intensité i(t) est négative, ce qui signifie que le sens réel du courant est contraire à celui indiqué par les flèche intensité sur le schéma du montage (schéma n°2 du III.A).

IV. Constante de temps du dipôle RC

A. Analyse dimensionnelle

Nous allons déterminer l'unité de τ (= RC) en utilisant la méthode de l'analyse dimensionnelle.

Des formules : $R = \frac{U}{i}$ et $C = \frac{q}{U}$, on déduit que : $[RC] = \frac{U}{[I]}\frac{q}{[U]} = \frac{q}{[I]}$ (1). De plus, $i = \frac{dq}{dt}$ alors $[I] = \frac{q}{[t]}$ et $\frac{q}{[I]} = [t]$ (2)

A partir des égalités (1) et (2), on obtient : $[RC] = [t]$ ([RC] et [t] signifient : « dimension de RC » et « dimension temps » ou « dimension d'un temps »)

Le produit RC est homogène à un temps. Il s'exprime donc en seconde. Il est désigné par la lettre τ (lettre grecque « tau ») et est appelé constante de temps du dipôle RC.

B. Méthodes de détermination de la constante de temps τ

1. Calcul direct

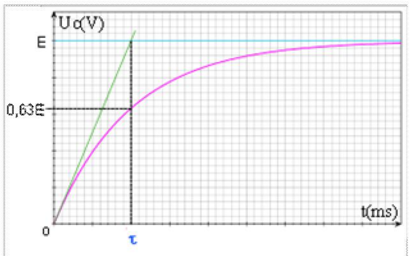
On connaît R (en Ω) et C (en F) ; il reste à calculer le produit RC (en s).

2. Utilisation de la représentation graphique $U_C(t)$ de la réponse du dipôle RC à un échelon de tension

Soit $U_C(t)$ la tension entre les bornes du condensateur lors de sa charge : $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

- Si $t = \tau$ (= RC), alors : $U_C = E(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63\ E$

Pour déterminer la valeur de τ, il suffit de déterminer graphiquement l'abscisse du point de la courbe $U_C(t)$ ayant pour ordonnée 0,63 E.



- La tangente à l'origine (point de coordonnées (0 ; 0)) à la courbe $U_C(t)$ a pour équation :

$f(t) = (\frac{dU_C}{dt})_{t=0} \times t + U_C(0)$ avec : $\frac{dU_C(t)}{dt} = -Ee^{-\frac{t}{RC}} \times (-\frac{1}{RC})$ et $U_C(0) = 0$

L'écriture $(\frac{dU_C}{dt})_{t=0}$ désigne la dérivée de U(t) par rapport au temps à la date t = 0.

$\Rightarrow$ $f(t) = -Ee^{0} \times (-\frac{1}{RC}) \times t$ $\Rightarrow$ $f(t) = \frac{E}{RC}t = \frac{E}{\tau}t$

$\Rightarrow$ La tangente passe par le point de coordonnées (τ ; E). En effet : $f(\tau) = E$

Pour déterminer la valeur de τ, il suffit alors de tracer la tangente à l'origine ; elle coupe l'asymptote $U_c = E$ au point d'abscisse τ.

3. Utilisation de la représentation graphique $U_C(t)$ de la décharge du condensateur

La tension entre les bornes du condensateur lors de sa décharge est : $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

- Si $t = \tau$, alors : $U_C = E\,e^{-1} \approx 0{,}37\ E$

Pour déterminer la valeur de τ, il suffit de déterminer graphiquement l'abscisse du point de la courbe $U_C(t)$ ayant pour ordonnée 0,37 E.

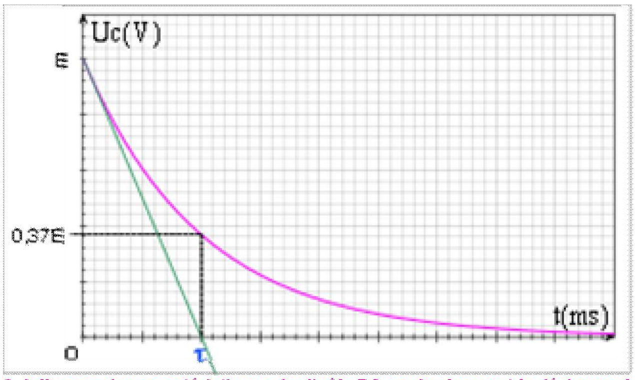
- La tangente au point de coordonnées (0 ; E) à la courbe $U_C(t)$ a pour équation :

$f(t) = (\frac{dU_C}{dt})_{t=0} \times t + U_C(0)$ avec $\frac{dU_C(t)}{dt} = Ee^{-\frac{t}{RC}} \times (-\frac{1}{\tau})$ et $U_C(0) = E$

$\Rightarrow$ $f(t) = Ee^{0} \times (-\frac{1}{\tau}) \times t + E$ $\Rightarrow$ $f(t) = -\frac{t}{\tau}E + E = E\,(1 - \frac{t}{\tau})$

La tangente passe par le point de coordonnées (τ ; 0).
En effet : $f(\tau) = 0$

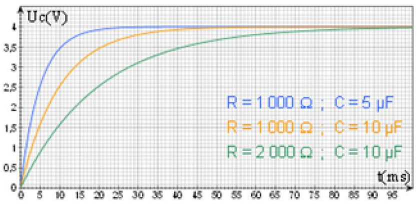
Pour déterminer la valeur de τ, il suffit de tracer la tangente à la courbe $U_C(t)$ au point (0 ; E) ; elle coupe l'asymptote $U_c = 0$ (c'est-à-dire : l'axe des abscisses) au point d'abscisse τ.



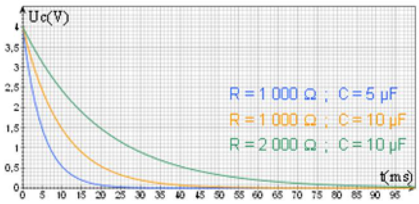
C. Influence des caractéristiques du dipôle RC sur la charge et la décharge du condensateur

On peut vérifier, à l'aide des courbes ci-dessous, qu'une augmentation de la résistance R et/ou de la capacité C du condensateur a pour effet de ralentir la charge et la décharge de ce dernier.

charge du condensateur :



décharge du condensateur :

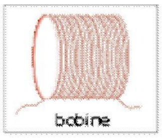


On distingue deux parties dans l'allure des courbes représentant $U_C(t)$:
- une première partie où la tension varie de manière significative ; elle s'étend sur une durée à peu près équivalente à 5τ, correspondant au **régime transitoire**.
- une deuxième partie où la tension est quasiment constante. On parle alors de **régime permanent** ou **asymptotique**.

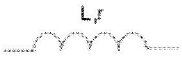
Remarque :
La charge d'un condensateur est réalisée à 99 % au bout d'une durée égale à 5τ (voir exercice n°10). Cette durée est également celle qui est nécessaire pour décharger à 99 % le même condensateur.

A. Description et symbole

Une bobine est un dipôle constitué par un enroulement cylindrique d'un fil électrique.



Symbole normalisé d'une bobine d'inductance L et de résistance r :

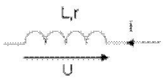


B. Relation entre la tension d'une bobine et l'intensité du courant qui la traverse

$U = L\dfrac{di}{dt} + ri$	U : tension (en volt) entre les bornes de la bobine L : inductance de la bobine en henry (H) i : intensité en ampère (A) t : temps en seconde r : résistance de la bobine en ohm (Ω)

Attention ! Cette relation est valable seulement si l'on adopte la convention récepteur, c'est-à-dire : si les flèches tension et intensité sont de sens contraires.

Exemple :



Remarques :
- Il est possible d'augmenter l'inductance L d'une bobine en y introduisant un noyau de fer (cylindre de fer). Dans ce cas, l'expression $U = L\frac{di}{dt} + ri$ n'est plus valable.
- Dans le cas où l'intensité i est constante, on a : $\frac{di}{dt} = 0$; la bobine se comporte alors comme un conducteur ohmique de résistance r.
- La résistance r d'une bobine vaut généralement quelques ohms ou quelques dizaines d'ohms.

C. Energie emmagasinée dans une bobine

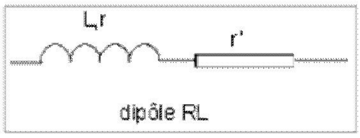
$E = \dfrac{1}{2}Li^2$	E : énergie en joule (J) emmagasinée par la bobine L : inductance en henry (H) i : intensité en ampère (A)

Le stockage et le déstockage de l'énergie ne peuvent jamais s'effectuer instantanément. C'est pourquoi l'intensité du courant dans une bobine ne subit jamais de discontinuité.

VI. Etude de la réponse en courant d'un dipôle RL soumis à un échelon de tension

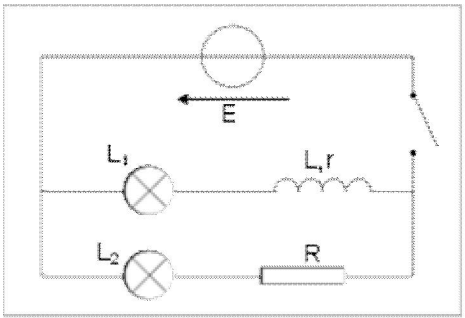
A. Définitions

- Un dipôle RL correspond à une bobine d'inductance L et de résistance interne r généralement associée en série avec une résistance r'.
- La réponse en intensité du dipôle RL correspond à l'intensité i(t) du courant le traversant.
- On appelle réponse en tension du dipôle RL la tension U(t) de la bobine.



B. Mise en évidence expérimentale du comportement d'une bobine à l'établissement et à la rupture du courant

On réalise le montage schématisé ci-contre ; les lampes L_1 et L_2 sont identiques et R = r.



Que se passe-t-il lorsque l'on ferme l'interrupteur ?
- La lampe L_2 brille instantanément tandis que la lampe L_1 en série avec la bobine s'allume avec un retard.

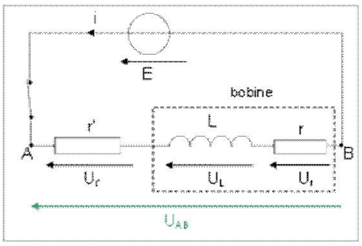
Que se passe-t-il lorsqu'on ouvre l'interrupteur ?
- Les lampes L_1 et L_2 continuent à briller pendant un bref instant.

Remarque : le courant qui traverse la bobine est alors le même que celui traversant chacune des lampes.

Il apparaît donc que la bobine minimise les variations d'intensité occasionnées lors de la fermeture et de l'ouverture de l'interrupteur. Elle retarde l'établissement et la rupture du courant.

C. Etablissement et résolution de l'équation différentielle

Considérons le circuit ci-contre constitué d'un générateur délivrant une tension E, d'un interrupteur, d'une résistance r' et d'une bobine (symbolisée par une résistance r et une bobine idéale de résistance nulle).



Fermons l'interrupteur à la date t = 0. La tension U_{AB} entre les bornes A et B du dipôle RL passe instantanément de 0 V à la valeur E. Par contre, l'intensité n'a pas eu le temps d'évoluer ; elle reste nulle : i(0) = 0. En effet, l'intensité du courant traversant une bobine ne peut pas subir de discontinuité.

On a : $U_{AB} = U_{r'} + U_L + U_r$ et $U_{AB} = E \Rightarrow E = U_{r'} + U_L + U_r \Rightarrow E = ri + L\frac{di}{dt} + r'i$

$\Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{r+r'}{L} i = \frac{E}{L}$

Vous admettrez que la solution de l'équation différentielle précédemment établie : $\frac{di}{dt} + \frac{r+r'}{L} i = \frac{E}{L}$ est de la forme : $i(t) = Ae^{\alpha t} + B$.

Pour déterminer les valeurs de A, α et B, il faut trouver deux équations.

- La première est obtenue en remplaçant « i » par « $Ae^{\alpha t} + B$ » dans l'équation différentielle : $\frac{di}{dt} + \frac{r+r'}{L} i(t) = \frac{E}{L}$

$\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{\alpha t} + B) = \alpha Ae^{\alpha t}$ alors : $\frac{di}{dt} + \frac{r+r'}{L} i(t) = \frac{E}{L} \Leftrightarrow \alpha Ae^{\alpha t} + \frac{r+r'}{L}(Ae^{\alpha t} + B) = \frac{E}{L} \Rightarrow Ae^{\alpha t}(\alpha + \frac{r+r'}{L}) + \frac{r+r'}{L} B = \frac{E}{L}$ (1)

L'équation (1) doit être vérifiée, quelle que soit la valeur de t. Il faut donc que : $\alpha + \frac{r+r'}{L} = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{r+r'}{L}$

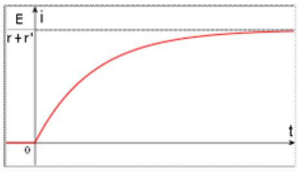
L'équation (1) devient : $\frac{r+r'}{L} B = \frac{E}{L}$ d'où : $B = \frac{E}{r+r'}$

- La deuxième équation est établie à partir des conditions initiales :

$i(0) = 0$ et $i(0) = Ae^{\alpha \times 0} + B = A + B$ d'où : $A + B = 0 \Rightarrow A = -B$ $(= -\frac{E}{r+r'})$

L'intensité i(t) du courant traversant le circuit s'écrit donc :

$i(t) = -\frac{E}{r+r'} e^{-\frac{(r+r')t}{L}} + \frac{E}{r+r'} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{r+r'}(1 - e^{-\frac{(r+r')t}{L}})$ ou $i(t) = \frac{E}{r+r'}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec $\tau = \frac{L}{r+r'}$



Remarque importante :

Si $t = 5\tau$ $(= 5\frac{L}{r+r'})$, alors : $e^{-\frac{(r+r')t}{L}} = e^{-5} \approx 0{,}007$ donc $i = \frac{E}{r+r'}(1 - e^{-5}) \approx 0{,}993\frac{E}{r+r'} \approx \frac{E}{r+r'}$ = constante.

On peut, par conséquent, considérer que le régime asymptotique (ou permanent) est atteint si $t \geq 5\tau$. L'intensité i, alors constante, ne dépend plus que de E, r et r' ; l'inductance L de la bobine n'est plus d'aucune influence.

D. Tension entre les bornes de la bobine

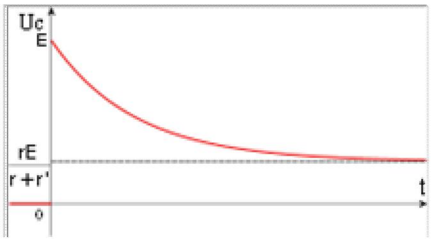
$$U = L\frac{di}{dt} + ri \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{E}{r+r'}\left(1 - e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\right) \quad \text{donc :}$$

$$U(t) = L\frac{E}{r+r'}\left(e^{-\frac{(r+r')t}{L}} \times \frac{r+r'}{L}\right) + r\frac{E}{r+r'}\left(1 - e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\right)$$

$$U(t) = Ee^{-\frac{(r+r')t}{L}} + r\frac{E}{r+r'}\left(1 - e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\right) = e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\left(E - r\frac{E}{r+r'}\right) + r\frac{E}{r+r'}$$

$$U(t) = e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\left(\frac{E(r+r') - rE}{r+r'}\right) + r\frac{E}{r+r'} = \frac{r'}{r+r'}Ee^{-\frac{(r+r')t}{L}} + r\frac{E}{r+r'}$$

$$U(t) = \frac{E}{r+r'}\left(r'e^{-\frac{(r+r')t}{L}} + r\right) \quad \text{ou} \quad U(t) = \frac{E}{r+r'}\left(r'e^{-\frac{t}{\tau}} + r\right) \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{r+r'}$$



VII. Rupture du courant dans une bobine

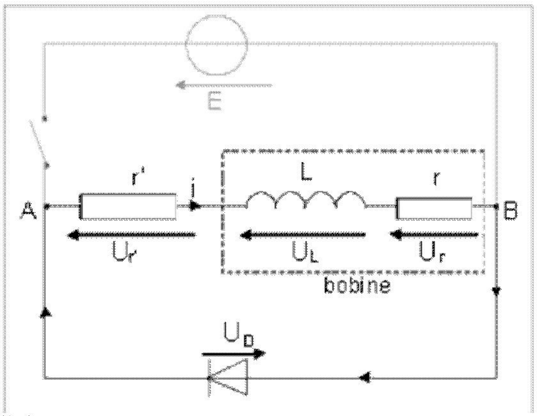
A. Intensité du courant dans la bobine

Fermons l'interrupteur du circuit suivant pendant une durée supérieure à 5τ afin que le régime permanent soit établi.

L'intensité i atteint alors sa valeur asymptotique : $\frac{E}{r+r'}$.

Puis, à la date t = 0, ouvrons l'interrupteur. La tension entre les bornes A et B du dipôle RL passe instantanément de la valeur E à 0 V. Par contre, l'intensité n'a pas eu le temps d'évoluer ; on a donc :

$i(0) = \frac{E}{r+r'}$ (bien sûr, le sens du courant dans la bobine n'est pas modifié).



La loi d'additivité des tensions appliquée à la maille représentée en noir sur le schéma permet d'écrire :

$$U_r + U_L + U_{r'} + U_D = 0 \quad \Rightarrow \quad ri + L\frac{di}{dt} + r'i + U_D = 0$$

La diode laisse passer le courant. Afin de simplifier les calculs, on va considérer que la tension U_D entre ses bornes est nulle (elle vaut généralement de 0,4 V à 0,8 V).

On obtient alors : $\frac{di}{dt} + \frac{r+r'}{L}i = 0$.

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $i(t) = Ae^{\alpha t} + B$. En raisonnant comme dans le VI.C., on trouve que : $\alpha = -\frac{r+r'}{L}$ et $B = 0$.

On a donc : $i(0) = A$. De plus : $i(0) = \frac{E}{r+r'}$ alors : $A = \frac{E}{r+r'}$.

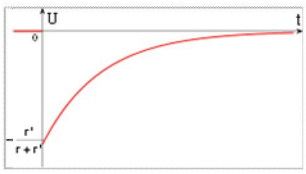
L'intensité i(t) du courant traversant le circuit s'écrit donc : $i(t) = \frac{E}{r+r'}e^{-\frac{(r+r')t}{L}}$ ou $i(t) = \frac{E}{r+r'}e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec $\tau = \frac{L}{r+r'}$

B. Tension entre les bornes de la bobine

$$U = L\frac{di}{dt} + ri \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{E}{r+r'}e^{-\frac{(r+r')t}{L}} \quad \text{donc :}$$

$$U(t) = L\frac{E}{r+r'}e^{-\frac{(r+r')t}{L}} \times \left(-\frac{r+r'}{L}\right) + r\frac{E}{r+r'}\left(e^{-\frac{(r+r')t}{L}}\right) = -Ee^{-\frac{(r+r')t}{L}} + r\frac{E}{r+r'}e^{-\frac{(r+r')t}{L}}$$

$$U(t) = Ee^{-\frac{(r+r')t}{L}}\left(-1 + \frac{r}{r+r'}\right) \quad \Rightarrow \quad U(t) = -\frac{r'}{r+r'}Ee^{-\frac{(r+r')t}{L}} \quad \text{ou} \quad U(t) = -\frac{r'}{r+r'}Ee^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{r+r'}$$



On remarquera que la tension de la bobine, contrairement à celle du condensateur, peut être discontinue.

VIII. Constante de temps du dipôle RL

A. Analyse dimensionnelle

Nous allons déterminer l'unité de τ ($= \frac{L}{r+r'}$) en utilisant la méthode de l'analyse dimensionnelle.

$U = L\frac{di}{dt} + ri$ donc : $[U] = \frac{[L][i]}{[t]}$ et $[U] = [r][i]$. On en déduit que : $\frac{[L][i]}{[t]} = [r][i]$ d'où : $\frac{[L]}{[r]} = [t]$

Le rapport $\tau = \frac{L}{r+r'}$ est homogène à un temps ; il est appelé constante de temps du dipôle RL et s'exprime en seconde.

B. Détermination de la constante τ

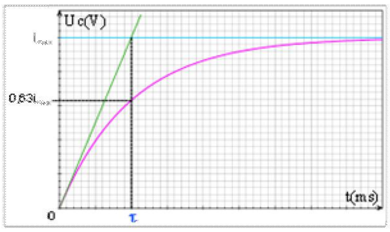
1. Calcul direct

On connaît r, r' (en Ω) et L (en H) ; il reste à calculer le rapport $\frac{L}{r+r'}$ (en s).

2. Utilisation de la représentation graphique de la réponse en intensité du dipôle RL à un échelon de tension

$i(t) = \frac{E}{r+r'}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = i_{max}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

- Si $t = \tau$, alors : $i = i_{max}(1 - e^{-1}) \approx 0{,}63\, i_{max}$
  ⇒ La valeur de τ correspond à l'abscisse du point de la courbe i(t) ayant pour ordonnée $0{,}63\, i_{max}$.
- La tangente à la courbe i(t) en t = 0 coupe l'asymptote $i = i_{max}$ au point d'abscisse τ.



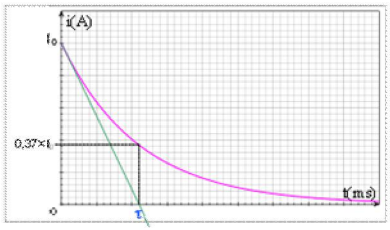
3. Utilisation de la représentation graphique de la réponse en intensité du dipôle RL lors d'une rupture de courant

$i(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

- Si $t = \tau$, alors : $i = I_0 e^{-1} \approx 0{,}37\, I_0$

La valeur de τ correspond à l'abscisse du point de la courbe i(t) ayant pour ordonnée $0{,}37\, I_0$.

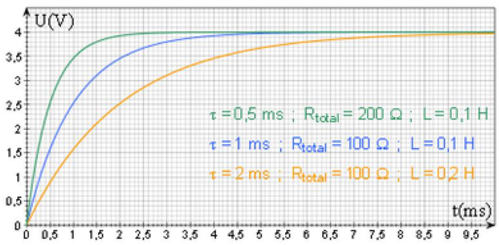
- La tangente à la courbe i(t) en t = 0 coupe l'asymptote i = 0 au point d'abscisse τ.

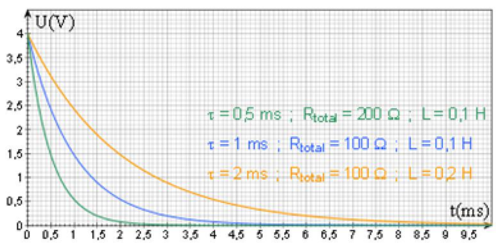


C. Influence des caractéristiques du dipôle RL sur la durée du régime transitoire

La durée du régime transitoire, généralement estimée à 5τ ($= 5\frac{L}{r+r'}$), croît lorsque l'inductance L augmente et lorsque $R_{total} = r + r'$ diminue.

L'établissement et la rupture du courant sont donc d'autant plus rapides que :
- la constante τ est petite
- l'inductance L est petite
- la résistance totale (r+r') est grande.

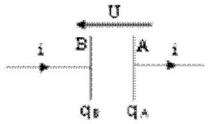




Etude des condensateurs et bobines

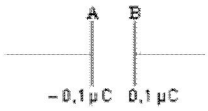
Exercice n°1 :

1°) Considérons le condensateur suivant :



a°) $i = \frac{dq_A}{dt}$ b°) $i = \frac{dq_B}{dt}$ c°) $i = -\frac{dq_A}{dt}$ d°) $U = \frac{q_A}{C}$ e°) $U = \frac{q_B}{C}$ f°) $q_A = -CU$

2°) Considérons le condensateur représenté ci-contre, de capacité C = 1 nF.
La tension U_{AB} vaut :



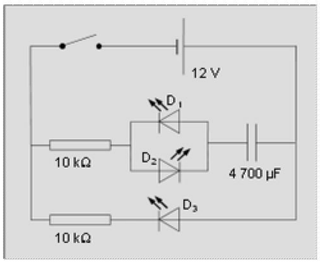
a°) 0 V b°) 100 V c°) − 100 V

3°) Si U_{BA} = 5 V et C = 1 µF, alors :
a°) q_A = − 5 µC b°) q_A = 5 µC c°) q_B = 5 µC d°) q_B = − 5 µC

4°) Si un condensateur laisse passer du courant, cela signifie que sa tension :
a°) est continue b°) varie c°) est suffisante.

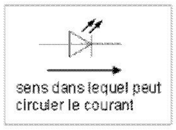
Exercice n°2 :

On s'intéresse au montage schématisé ci-contre.
1°) Indiquer ce qu'il se passe au niveau des diodes électroluminescentes (DEL) lorsque l'on ferme l'interrupteur.
2°) Qu'observe-t-on lorsque l'on ouvre l'interrupteur ?



Rappel : : diode électroluminescente (D.E.L.)

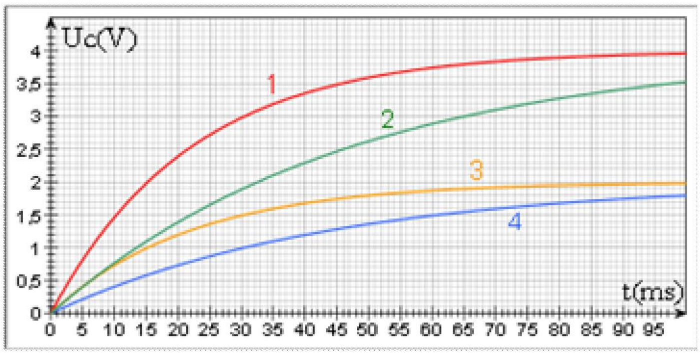
La DEL est un composant ne laissant passer le courant que dans un seul sens : celui indiqué par le triangle.
Elle émet de la lumière (rouge, verte ou jaune, en général) lorsque du courant la traverse.
Les DEL jouent notamment le rôle de voyant lumineux sur les téléviseurs, écrans d'ordinateur…



Exercice n°3 :

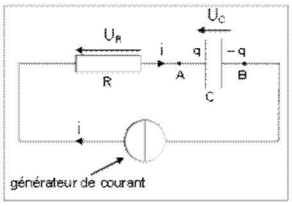
On donne les courbes d'évolution de la tension $U_C(t)$ du condensateur d'un dipôle RC chargé sous une tension E par un générateur. Compléter le tableau ci-dessous en associant à chaque couple (R ; C) le numéro de la courbe qui lui correspond.

Cas				
R(kΩ)	10	20	10	10
C(µF)	2,2	2,2	2,2	4,7
E(V)	4,0	2,0	2,0	4,0



Exercice n°4 :

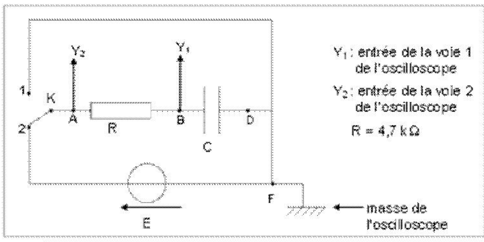
Un condensateur de capacité C = 1,5 mF est chargé à l'aide d'un générateur de courant d'intensité constante I_0 = 20 µA.
A l'instant t = 0, le condensateur est complètement déchargé.
1°) Quelle est la différence entre les générateurs de courant et les générateurs habituellement utilisés ?
2°) Donner l'expression de la charge q de l'armature reliée au point A en fonction de I_0 et t.
3°) Au bout d'une durée de charge d'une minute, que vaut :
a°) la charge Q_A portée par l'armature A ?
b°) la charge Q_B portée par l'armature B ?
c°) la tension du condensateur ?
d°) l'énergie E emmagasinée par le condensateur ?
4°) Au bout de combien de temps l'énergie E' emmagasinée par le condensateur vaudra-t-elle 2E ?
5°) La tension du condensateur ne doit pas dépasser 40 V. Déterminer la durée maximale t_{max} de charge.
6°) a°) Ce montage pose un problème. Lequel ?
b°) Compléter ce schéma afin de résoudre le problème soulevé.
7°) Indiquer comment décharger complètement le condensateur.

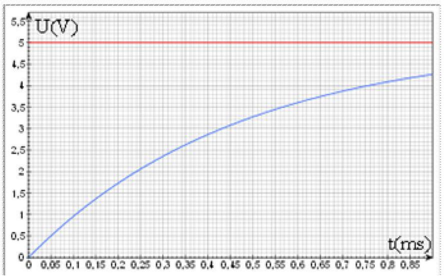


Exercice n°5 :

On souhaite étudier la charge d'un condensateur à l'aide du montage schématisé ci-contre.
Les points A et B sont reliés aux entrées d'un oscilloscope à mémoire (ou d'un ordinateur) tandis que le point F est relié à sa masse.

Sous le schéma figure l'enregistrement des tensions visualisées sur les voies 1 et 2 à partir de l'instant t = 0 où l'interrupteur bascule de la position 1 à la position 2.





1°) a°) Quelle tension est visualisée sur la voie 1 de l'oscilloscope ?
b°) Par quelle courbe cette tension est-elle représentée ?

2°) Déterminer les valeurs de :
- la tension E délivrée par le générateur ;
- la tension U_{Cmax} du condensateur lorsque sa charge est terminée ;
- la constante de temps de charge τ du condensateur (en utilisant deux méthodes différentes).

3°) Calculer la capacité C du condensateur.

4°) La tension U_C du condensateur peut être déterminée à partir d'une équation différentielle. Par une analyse dimensionnelle, montrer qu'une seule des équations suivantes peut être correcte :

$R\frac{dU_C}{dt} + CU_C = E$; $RC\frac{dU_C}{dt} + U_C = E$; $\frac{dU_C}{dt} + RCU_C = E$; $R\frac{dU_C}{dt} + CU_C = \frac{E}{RC}$

5°) Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond à la tension du condensateur ?

$u_1(t) = 5\,e^{\frac{-t}{0,47}}$; $u_2(t) = 5\,e^{0,47\,t}$; $u_3(t) = 5\,e^{\frac{t}{0,47}}$; $u_4(t) = 5(1 - e^{\frac{-t}{0,47}})$;

$u_5(t) = 5(1 - e^{\frac{t}{0,47}})$; $u_6(t) = 5(1 - e^{0,47\,t})$

6°) A quelle tension correspond la courbe du document ci-dessous ?

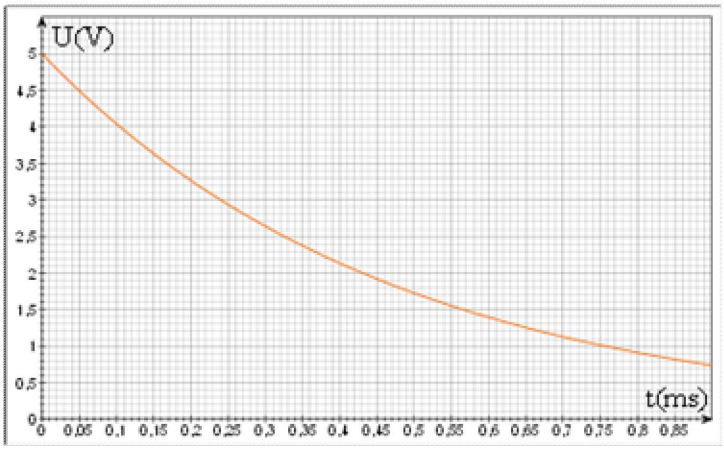
7°) Calculer l'intensité du courant à t = 0.

8°) Parmi les expressions suivantes, laquelle correspond à la tension représentée par la courbe ci-contre ?

$u_1(t) = 5(1 - e^{\frac{t}{0,47}})$; $u_2(t) = 5\,e^{0,47\,t}$;

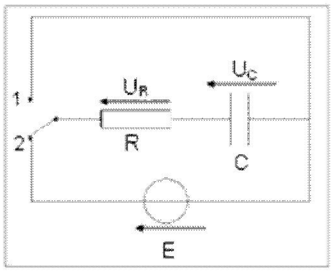
$u_3(t) = 5\,e^{\frac{t}{0,47}}$; $u_4(t) = 5(1 - e^{\frac{-t}{0,47}})$;

$u_5(t) = 5\,e^{\frac{-t}{0,47}}$; $u_6(t) = 5(1 - e^{0,47\,t})$



Exercice n°6 :

On souhaite étudier la décharge à travers une résistance R = 10 kΩ d'un condensateur de capacité C = 60 µF initialement chargé sous une tension E = 5,0 V. On utilise, pour cela, le montage schématisé ci-contre.



1°) La décharge du condensateur commence à la date t = 0. Comment sait-on si, à cette date, la charge du condensateur est terminée ?

2°) Calculer l'énergie ε stockée par le condensateur avant que ne commence la décharge.

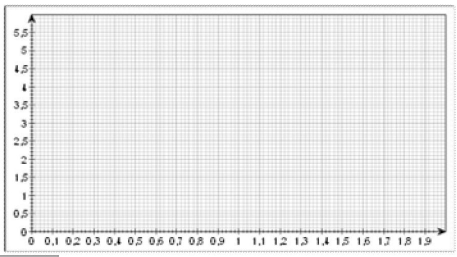
3°) L'équation différentielle vérifiée par $U_C(t)$ est : $RC\dfrac{dU_C}{dt} + U_C = 0$

Vérifier que $U_C(t) = Ee^{-t/RC}$ est solution de l'équation précédente et respecte la condition initiale.

4°) Calculer la valeur de k telle que : $U_C(\tau) = kU_{Cmax}$.

5°) On définit la durée $t_{1/2}$ telle que $U_C(t_{1/2}) = \dfrac{U_{Cmax}}{2}$. Exprimer $t_{1/2}$ en fonction de τ que vous calculerez.

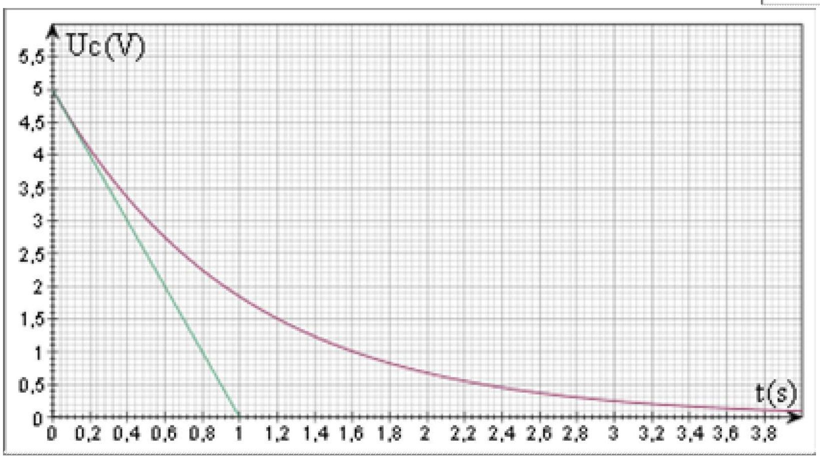
6°) Donner l'allure de $U_C(t)$. Vous tracerez la tangente à la courbe en t = 0 et placerez le point d'abscisse τ. Vous pouvez, si vous le souhaitez, imprimer la grille ci-contre.



7°) Représenter, sur le même graphique, l'allure des variations de U_C en fonction du temps dans le cas où la résistance R est remplacée par une résistance R' = 2R.

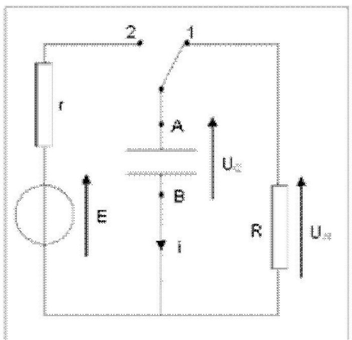
8°) Que vaut l'énergie ε_J dissipée par effet Joule dans le circuit lors de la décharge du condensateur ?

9°) On a tracé la courbe de $U_C(t)$ et sa tangente en t = 0 dans le cas où E = 5,0 V et τ = 1,0 s (R = 50 kΩ ; C = 20 µF). Tracer l'allure de la courbe qu'on aurait obtenue si on avait initialement chargé le condensateur sous la tension E' = 2,5 V.



Exercice n°7 :

L'interrupteur, qui était en position 2, bascule, à l'instant t = 0, en position 1.



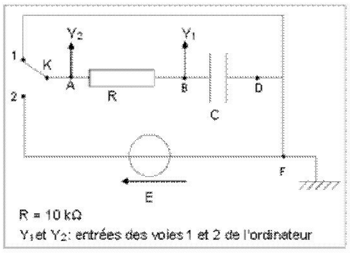
1°) En respectant les conventions d'orientation du schéma du circuit, préciser le signe de l'intensité i lors de la décharge.

2°) Ecrire les relations entre :
- U_C et U_{AB} ;
- l'intensité i du courant et la tension U_R ;
- la charge q_B de l'armature B du condensateur et la tension U_C ;
- les tensions U_R et U_C lors de la décharge ;
- l'intensité i du courant de décharge et la charge q portée par l'armature du condensateur chargée négativement.

3°) Préciser le signe de la tension U_R lors de la décharge.

Exercice n°8 :

On souhaite étudier la décharge d'un condensateur à l'aide du montage schématisé ci-contre :
Les points A et B sont reliés aux entrées d'un ordinateur tandis que le point F est relié à sa masse.
En basculant l'interrupteur de la position 2 à la position 1, il apparaît deux représentations graphiques, dont celle-ci :



1°) Sur quelle voie la tension représentée ci-contre est-elle visualisée ? Justifier.

2°) a°) Orienter le circuit de sorte que l'intensité du courant qui y circule soit positive.

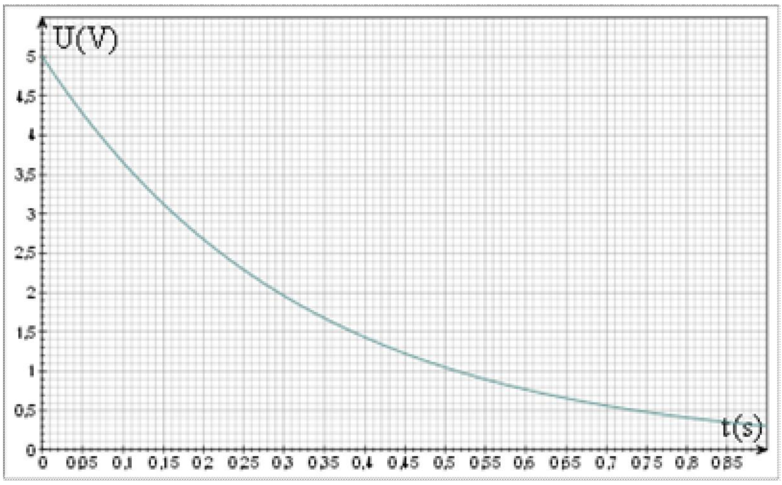
b°) Préciser la charge (q ou – q) de chacune des armatures du condensateur si on veut être en mesure de poser : $i = -\frac{dq}{dt}$.

c°) Rajouter, sur le schéma, les flèches-tensions de la résistance et du condensateur en respectant la convention récepteur.

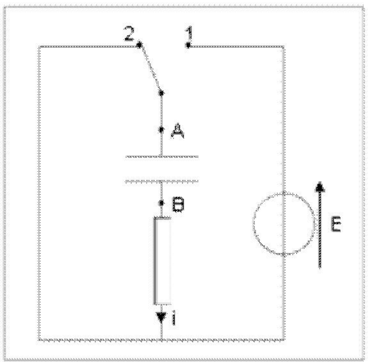
3°) A l'aide de la courbe, déterminer :
- les tensions $U_C(0)$ et $U_R(0)$ du condensateur et de résistance à la date $t = 0$;
- la constante de temps τ de décharge du condensateur ; il vous est suggéré d'imprimer la courbe.
- la capacité C du condensateur.

4°) La tension maximale supportée par le condensateur est de 80 V. Calculer sa charge maximale q_{max}.

5°) Calculer la valeur maximale E_{max} de l'énergie que peut emmagasiner le condensateur.



Exercice n°9 :



Le montage schématisé ci-dessous est utilisé afin d'étudier les tensions U_R et U_C de la résistance R (10 kΩ) et du condensateur de capacité C.

1°) A $t = 0$, l'interrupteur, qui était en position 1 depuis longtemps, bascule sur la position 2. Que vaut alors la charge Q_A de l'armature A ?

2°) Représenter sur le schéma, par des flèches, les tensions U_R et U_C. La convention récepteur devra être respectée.

3°) En respectant l'orientation du circuit indiquée sur le schéma (par la flèche intensité), préciser le signe de l'intensité i(t) du courant de décharge du condensateur.

4°) On veut visualiser l'intensité i sur un oscilloscope. Indiquer les branchements à réaliser.

5°) Exprimer U_R en fonction de q (charge de l'armature B) puis de U_C.

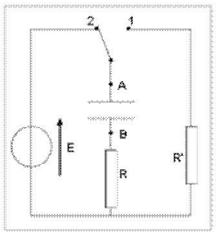
6°) En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par U_C. Cette équation devra apparaître sous la forme : $\frac{1}{\alpha}\frac{dU_C}{dt} + U_C = 0$, α étant une constante que vous exprimerez en fonction des caractéristiques des dipôles du circuit.

7°) Résoudre l'équation différentielle vérifiée par U_C, sachant que sa solution est de la forme : $U_C(t) = Ae^{-kt} + B$

8°) En déduire l'expression littérale de l'intensité i(t).

Exercice n°10 :

I. Charge d'un condensateur



On a réalisé le montage schématisé ci-contre avec un condensateur de capacité C et deux résistances R et R' égales à 470 Ω.

1°) Indiquer, sur le schéma, l'orientation du courant i(t) ; la convention générateur devra être respectée

2°) Représenter, par des flèches, les tensions U_C et U_R du condensateur et du conducteur ohmique R en respectant la convention récepteur.

3°) Sélectionner les propositions correctes : $U_C = U_{AB}$; $U_C = U_{BA}$; $i = -\frac{dq_A}{dt}$; $i = \frac{dq_A}{dt}$ avec q_A : charge de l'armature A.

4°) Exprimer U_R et U_C en fonction de q_A.

5°) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $q_A(t)$.

6°) Cette équation différentielle admet pour solution : $q_A(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$. Exprimer A et α en fonction de C, R et E (tension du générateur).

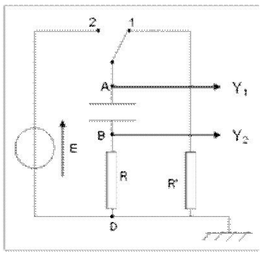
7°) On considère généralement que la charge du condensateur est terminée lorsque la tension U_C atteint 99 % de sa valeur finale théorique.
a°) Calculer U_C aux dates 4τ et 5τ, τ étant la constante de charge du condensateur.
b°) Au bout de combien de temps (exprimé en fonction de τ) peut-on considérer que la charge d'un condensateur est terminée ?

8°) Sachant que la tension en fin de charge du condensateur est de 5,0 V, en déduire la valeur de E.

9°) Lorsque le condensateur a atteint sa tension de fin de charge, il emmagasine une énergie $\varepsilon = 5{,}0$ mJ. En déduire sa capacité C.

10°) A quelles dates t_1 et t_2 a-t-on $q_A = C\frac{E}{2}$? $q_A = C\frac{E}{4}$?

II. Décharge du condensateur



Le commutateur bascule sur la position 2 à un instant pris comme nouvelle origine des dates. Les points A, B et D sont connectés respectivement aux entrées Y_1, Y_2 et à la masse d'une interface d'acquisition reliée à un ordinateur.

1°) Orienter le circuit de sorte que l'intensité du courant soit positive.

2°) Représenter par des flèches les tensions U_R, $U_{R'}$ et U_C (en respectant la convention récepteur).

3°) Exprimer i en fonction de q_A puis de U_C.

4°) Exprimer $U_C(t)$ en fonction des tensions U_1 et U_2 détectées respectivement en Y_1 et Y_2.

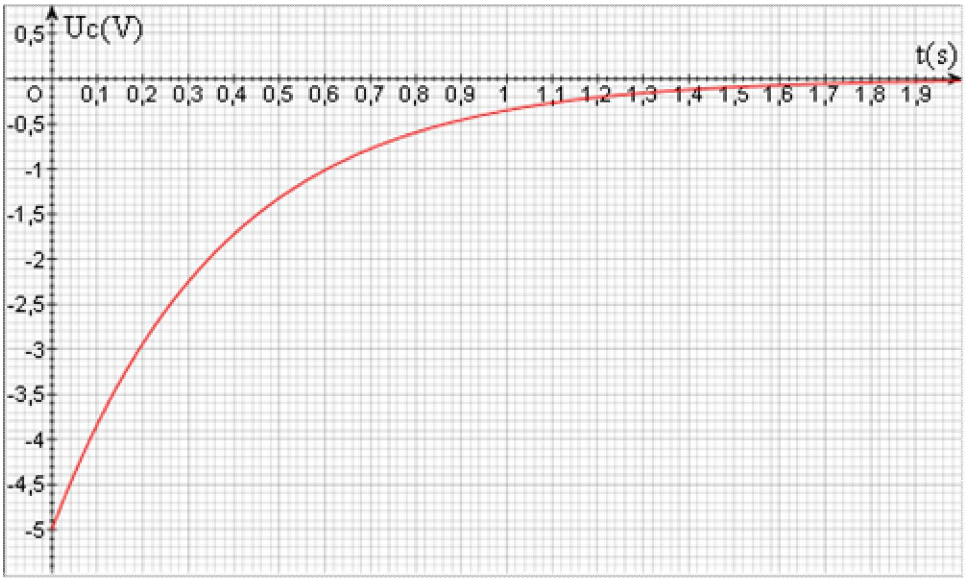
5°) Déterminer, à l'aide de la courbe $U_C(t)$ (que vous pouvez imprimer), l'intensité à l'instant t = 0 (notée i(0)).

6°) Au bout de combien de temps le condensateur est-il déchargé à 99 % (sa charge et sa tension ne valent alors plus que 1 % de leurs valeurs initiales) ?

La tension du condensateur est de la forme : $U_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau'}}$ avec : τ' : constante de temps de décharge du condensateur.

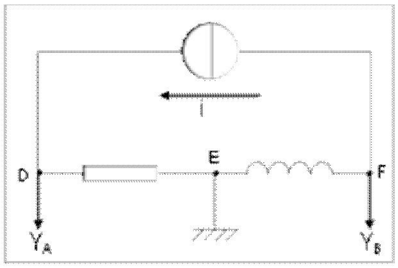
7°) **a°)** Donner l'expression de i(t) en fonction de U_0, R, R' et C.
b°) Calculer l'intensité i à la date t = 0,2 s.
c°) Quelle influence aurait une augmentation de la capacité C du condensateur sur les valeurs de i(0) et de i(t = 0,2 s) ?

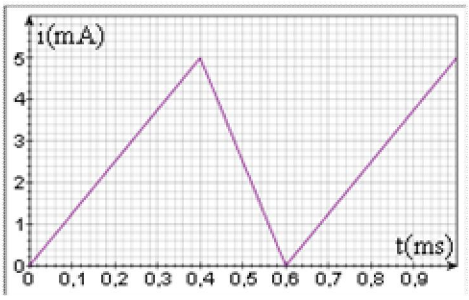
8°) Retrouver graphiquement la valeur de i(t = 0,2 s).



<u>Exercice n°11 :</u>

On réalise un circuit électrique en série constitué d'une résistance R = 200 Ω, d'une bobine idéale (c'est-à-dire : de résistance interne nulle) d'inductance L = 60 mH et d'un générateur de courant. Les variations de l'intensité en fonction du temps sont représentées ci-dessous :





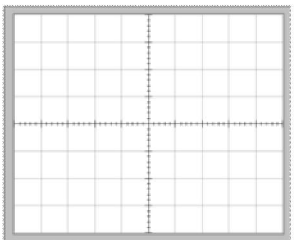
Un oscilloscope permet de relever la tension entre les bornes de la bobine et celles de la résistance. Le générateur de courant est à masse flottante : sa masse électrique n'est pas reliée à la borne terre (la tige métallique des prises de courant).

1°) Représenter, sur le schéma, par des flèches, les tensions U_R, U_L et U_G de la résistance, de la bobine et du générateur. La convention récepteur devra être appliquée pour les deux premiers dipôles cités.

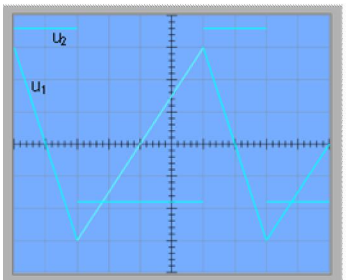
2°) Quelles tensions sont représentées sur les voies A et B de l'oscilloscope ?

3°) Reproduire, sur la grille ci-contre, les oscillogrammes des tensions visualisées à l'oscilloscope.

4°) A quel problème aurait-on été confronté si l'on n'avait pas utilisé un générateur à masse flottante ?



Base de temps : 1 ms/div.
Sensibilité verticale : 0,5 V/div.



Base de temps : 1 ms/div.
Voie 1 : sensibilité verticale : 2 V/div.
Voie 2 : sensibilité verticale : 5 mV/div.

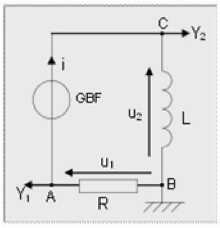
On branche en série, aux bornes d'un générateur, un conducteur ohmique de résistance R = 1,0 kΩ et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable. Les tensions u_1 et u_2 sont appliquées aux bornes d'un oscilloscope. Les oscillogrammes obtenus sont donnés ci-contre.

1°) La tension u_1 détectée sur la voie 1 est-elle u_{BA} ou u_{AB} ?

2°) Exprimer u_1 en fonction de R et de i.

3°) Etablir une relation entre L, R, u_2 et $\frac{du_1}{dt}$.

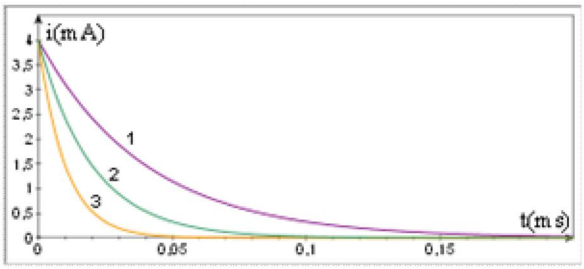
4°) Calculer l'inductance L de la bobine.



Exercice n°13 :

On donne les courbes d'intensité i(t) traduisant la rupture du courant dans différents dipôles RL. Compléter le tableau ci-dessous en associant à chaque couple (R ; L) le numéro de la courbe qui lui correspond.

Cas			
R(Ω)	1 000	1 000	2 000
L(mH)	20	40	20



Exercice n°14 :

1°) a°) Indiquer les branchements à réaliser pour visualiser les tensions U_B et $U_{r'}$ respectivement sur les voies A et B d'un oscilloscope.
b°) Pourquoi le générateur doit-il être à masse flottante ?

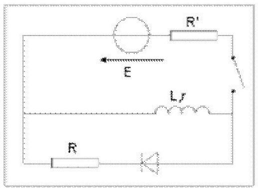
2°) Exprimer $U_{r'}$ en fonction de r' et de i.

3°) On provoque une rupture du courant à t = 0.
Calculer l'intensité i(0) du courant dans la bobine et la tension $U_B(0)$. On considèrera que la diode a une tension nulle lorsqu'elle est passante.

Exercice n°15 :

[Sélectionnez la date]

On réalise le circuit électrique schématisé ci-contre avec : $R = 1{,}00\ k\Omega$ et $E = 10\ V$.
On enregistre ensuite, à l'aide d'un ordinateur muni d'une carte d'acquisition, l'intensité i du courant traversant la bobine lors de la rupture du courant. On obtient alors la courbe donnée à la page suivante.

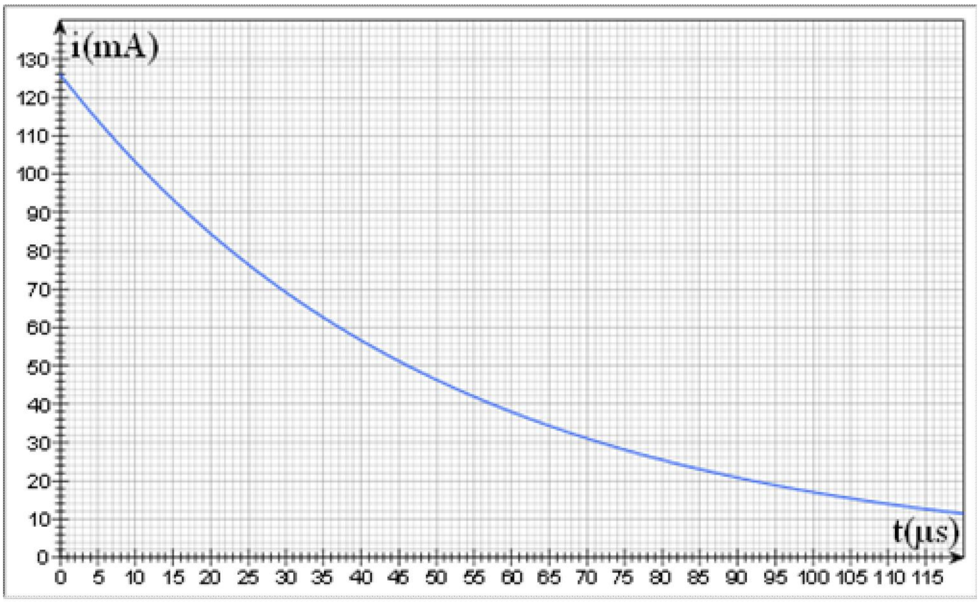


1°) Quelle est l'utilité de la branche comportant la diode ?

2°) On ouvre l'interrupteur. Orienter la maille traversée par du courant (en y indiquant le sens du courant lors du régime transitoire) et représenter par des flèches les tensions U_B et U_R de la bobine et de la résistance R en respectant la convention récepteur.

3°) a°) Montrer qu'à la rupture du courant, l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i s'écrit : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$. On considèrera que la tension de la diode est nulle lorsqu'elle est branchée dans le sens passant.

b°) Exprimer τ en fonction de caractéristiques du circuit électrique.



4°) Déterminer graphiquement la valeur de τ puis celle de l'inductance L de la bobine. On supposera que la valeur de r est négligeable devant celle de R (hypothèse à vérifier à la question 8°). Il vous est conseillé d'imprimer la courbe.

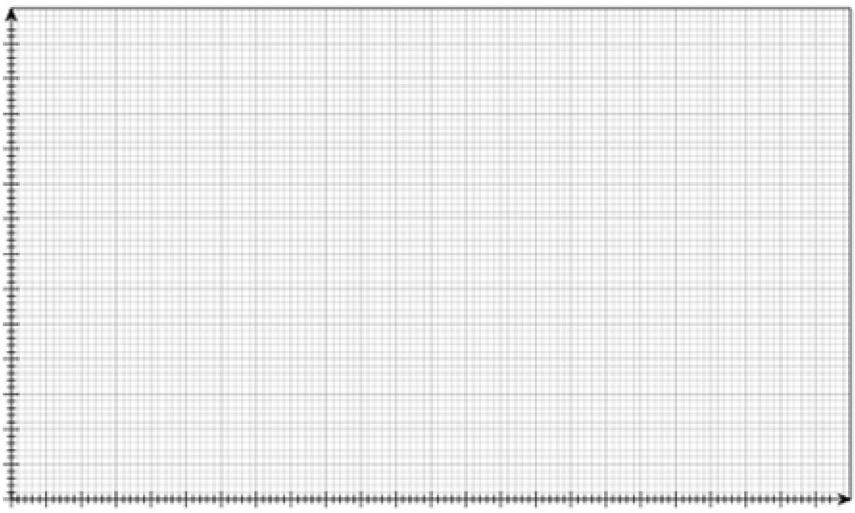
5°) La solution de l'équation différentielle : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} i = 0$ établie à la question 3.a est de la forme : $i(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$. Exprimer A en fonction des caractéristiques du circuit.

6°) Quelle influence a la résistance R sur la valeur de i(0) et l'évolution de i(t) ?

7°) Déterminer graphiquement la valeur de A. En déduire celle de r, sachant que $R' = 50\ \Omega$.

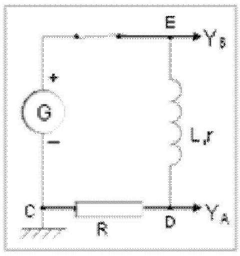
8°) Vérifier le bien-fondé de l'hypothèse émise dans l'énoncé de la question 5°.

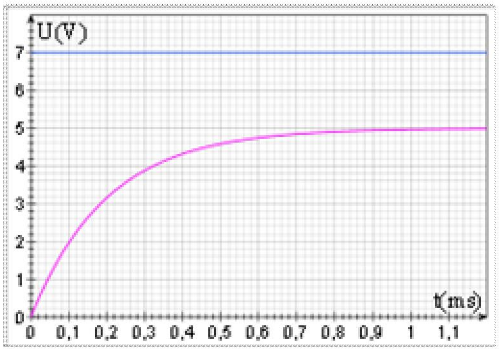
9°) Indiquer ci-contre l'allure de la courbe i(t) d'établissement du courant. Vous tracerez auparavant l'asymptote horizontale, la tangente en t = 0 et placerez le point d'abscisse τ.



Exercice n°16 :

1°) Que visualise-t-on sur les voies A et B de l'oscilloscope dans le cas schématisé ci-contre ?





2°) On a représenté les tensions visualisées sur les voies A et B lors de la fermeture de l'interrupteur à l'instant t = 0.
Calculer l'intensité (notée i_p) lorsque le régime permanent est établi, sachant que R = 100 Ω.

3°) A partir des courbes, donner la valeur U_{Bp} de la tension U_B en régime permanent. En déduire la valeur de la résistance r de la bobine.

4°) Déterminer, à partir de la courbe de la voie A, la valeur de $\frac{di}{dt}$ à l'instant t = 0.

5°) Calculer l'inductance L de la bobine.

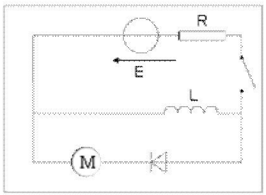
6°) a°) Etablir l'équation différentielle satisfaite par l'intensité i.

b°) La solution de l'équation différentielle est de la forme : $i(t) = Ae^{kt} + B$. Donner les expressions littérales de i(t) et de $U_B(t)$ en fonction de R, r, L et de la tension U_G délivrée par le générateur.

7°) Calculer puis retrouver graphiquement la valeur de la constante de temps τ du circuit.

8°) Donner l'allure de la courbe que l'on obtiendrait (sur la voie A) si l'on remplaçait la bobine par une autre dont l'inductance serait deux fois plus faible.

Exercice n°17 :



On réalise le montage schématisé ci-contre, dans lequel une diode a une tension seuil que l'on négligera. Le moteur M peut entraîner une poulie. A l'extrémité du fil qui s'enroule sur cette poulie est suspendu un objet de poids P = 2,5 N. La bobine d'inductance L a une résistance négligeable.

1°) Expliquer pourquoi le moteur ne tourne pas lorsque l'interrupteur est fermé.

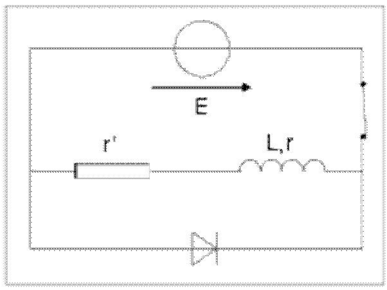
2°) A l'ouverture de l'interrupteur, le moteur se met à fonctionner pendant un court instant, entraînant l'objet vers le haut. Expliquer quelle est l'origine de l'énergie mettant le moteur en rotation et préciser, sur le schéma, dans quelles branches et dans quel sens le courant circule.

3°) Quelle est l'énergie e_B stockée par la bobine lorsque le régime permanent est établi ?

4°) De quelle hauteur h devrait s'élever l'objet si toute l'énergie de la bobine était restituée sous forme d'énergie potentielle de pesanteur ?

Données : E = 12 V ; R = 2,0 Ω ; L = 0,12 H.

Exercice n°18 :



On ferme, à la date t = 0, l'interrupteur du montage suivant.

1°) Orienter la branche contenant la bobine de sorte que l'intensité i du courant qui la traverse soit positive lorsque l'interrupteur est fermé. Indiquer les tensions $U_{r'}$ de la résistance r' et U_B de la bobine en respectant la convention récepteur.

2°) Indiquer, sur le schéma, les branchements à réaliser afin d'obtenir une image de l'intensité.

3°) Etablir l'équation différentielle satisfaite par l'intensité i du courant dans le circuit à partir de l'instant t = 0 où l'on ferme l'interrupteur.

4°) a°) Vérifier que la solution de l'équation différentielle s'écrit : $i(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$, A et α étant des constantes que vous exprimerez en fonction des grandeurs caractéristiques du circuit.

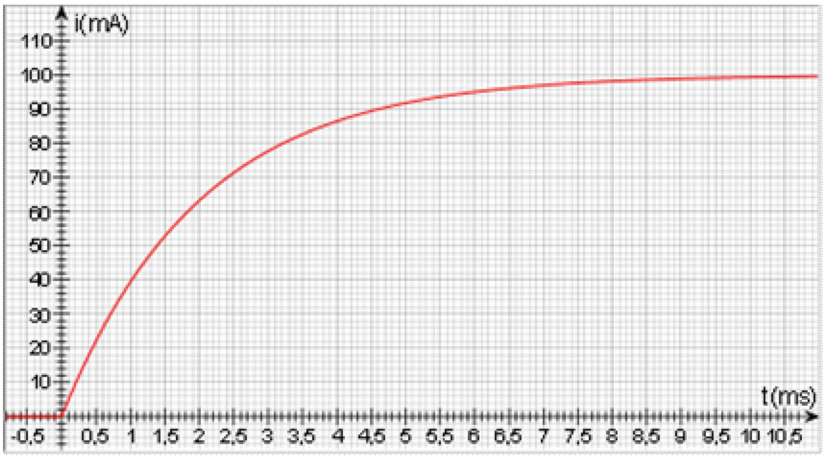
b°) A quoi correspond la constante A ?

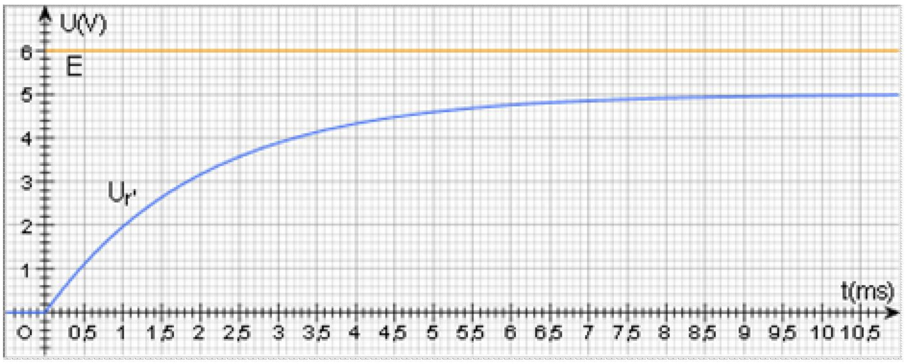
5°) a°) Exprimer, en fonction de la constante de temps τ, la date $t_{1/2}$ au bout de laquelle l'intensité du courant est égale à la moitié de sa valeur en régime permanent.

b°) En déduire, à l'aide de la courbe de i(t) (que vous pouvez imprimer), la valeur de τ.

6°) Déduire des représentations graphiques de i(t), E(t) et $U_r(t)$ les valeurs de r, r' et L.

7°) On ouvre l'interrupteur à un instant pris comme nouvelle origine des dates. Représenter, sur le graphique comportant les courbes de E(t) et $U_r(t)$, l'allure de la nouvelle courbe de $U_r(t)$.
Vous tracerez auparavant la tangente en t = 0 et placerez le point d'abscisse τ.





8°) Calculer l'énergie dissipée par effet Joule (notée ε_{Joule}) après l'ouverture de l'interrupteur.

9°) On rajoute une résistance R' = 100(r+r') en série avec la diode (voir schéma ci-contre). Exprimer en fonction de E la tension $U_{R'}$ entre les bornes de la résistance R' à l'instant précis où l'on ouvre l'interrupteur.