Lycée Avenue Tahar Sfar Sousse DGA	**Contrôle N°1** MATHEMATIQUES	**$3^{ème}$ M_3** 12 Novembre 2011 Durée = 2h

Exercice N°1 (3 points) QCM

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Avec justification .

1. Si ABCD est un carre de coté $a > 0$ alors $\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{BD} =$

a) $-a^2$ **b)** $a\sqrt{2}$ **c)** $-a\sqrt{2}$

2. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs colinéaires, de sens contraire , $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 1$, alors $(\vec{u} + 3\vec{v})^2 =$

a) 25 **b)** 13 **c)** 1

3. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1} =$

a) 6 **b)** 0 **c)** 1

4. Soit la fonction f définie sur $[1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$, on a :

a) 0 est un minimum. **b)** 1 est un maximum. ***c)*** f est bornée

Exercice N°2 (7 points)

I). Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1} - 1}{x^2 - 2x}$

1. a) Déterminer l'ensemble de définition de f.

b) Etudier la continuité de f sur son ensemble de définition.

2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 2 et donner son prolongement.

II). Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x(\sqrt{x-1}+1)} & \text{si } x \geq 1 \\ \dfrac{1}{2-x} - \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \end{cases}$

1. Justifier la continuité de g en a = 2 , en b = 0 , sur $]-\infty, 1[$ et sur $]1, +\infty[$.

2. a) Montrer que g est strictement décroissante sur $[1; +\infty[$.

b) Déduire que g est majorée sur $[1; +\infty[$.

3. Montrer que g est strictement croissante sur $]-\infty; 1[$.

4. On admet que g est contiue sur[0,1].

a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [0;1]$.

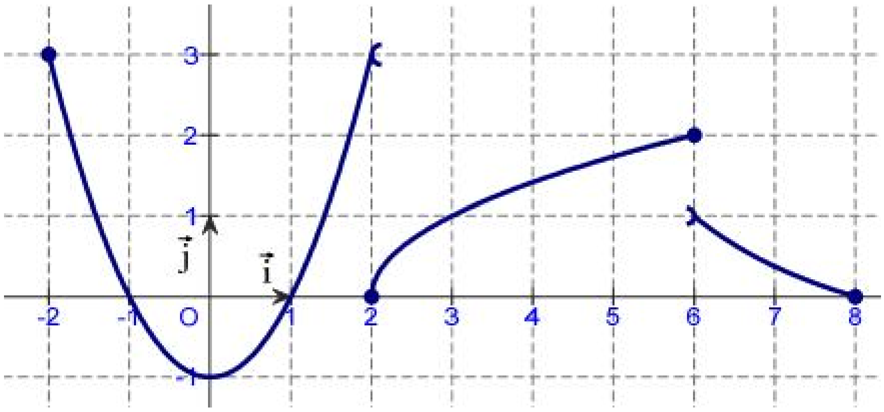
b) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5.

c) Donner le signe de g sur IR .

d) Vérifier que α vérifie l'équation $\alpha^3 - 5\alpha^2 + 8\alpha - 3 = 0$

T.S.V.P ⟹

Exercice N°3 (4 points)



La courbe (C_f) ci-contre représente une fonction f définie sur [-2,8] .

1. En utilisant le graphique :

a) Déterminer $f(3)$ et $f(6)$

b) Déterminer les intervalles de $\mathbb{R}$ où f est continue.

c) Déterminer $f([-2,2[)$, $f([2,6])$ et $f([6,8])$

d) Résoudre dans [-2,8] : $f(x) = 0$ et $f(x) \geq 0$.

2. Soit g la fonction définie par . $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{f(x)}}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de g.

b) Montrer que $\dfrac{g(x)-1}{f(x)-1} = \dfrac{-g(x)}{\sqrt{f(x)}+1}$.

c) En déduire $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{g(x)-1}{f(x)-1}$.

Exercice N°4 (6 points)

On considère un triangle ABC tel que AB = a > 0 , AC = 2a et $B\widehat{A}C = \dfrac{2\pi}{3}$

1) Montrer que $BC = a\sqrt{7}$

2) Soit G le projeté orthogonal de C sur (AB).

   a. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. En déduire AG.

   b. Montrer que G est le barycentre des points pondérés (A,2) et (B,-1).

3) Déterminer l'ensemble C des points M tels que $\dfrac{MB}{MA} = \sqrt{2}$.

4) Déterminer l'ensemble Δ des points M tels que $2\left\|2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right\|$.

5) Déterminer l'ensemble D des points M tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = -\dfrac{a^2}{2}$.