REVISION BAC MATHEMATIQUES 2011

EXERCICE 1 :

1. a t b sont des entiers naturels tels que
PGCD (a + b, ab) = p^2, p étant un entier naturel premier.

1.1 Montrer que p^2 divise a^2
On remarquera que $a^2 = a(a + b) – ab$.

1.2 En déduire que p divise a.

1.3 Montrer que p divise b.

1.4 Démontrer que PGCD (a, b) = p ou PGCD(a, b) = p^2.

2. On cherche à déterminer les entiers naturels a et b tels que PGCD (a + b, ab) = 49 et PPCM (a, b) = 231.

2.1 Soit a et b deux tels entiers. Montrer que PGCD (a, b) ne peut être 49, mais est égal à 7.

2.2 Quelles sont les solutions du problème posé.

EXERCICE 2 :

Soit ABCDEFGH un cube tel que (A,AB , AD , AE) est un repère orthonormé direct de l'espace.

I est le milieu de [EF] et J le centre du carré ADHE.

1. a) Démontrer que : IG ∧ IA = BJ .
   b) En déduire l'aire a du triangle IGA.
2. a) Calculer le volume v du tétraèdre ABIG.
   b) En déduire la distance d du point B au plan (IGA)

EXERCICE 3

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, on considère les points :

A(1; 2; 0) , B(2; 1; 3) , C(3; 3; 1) , D(5;–3; –3) et E(–3; 7; 3).

1) Trouver une équation du plan (P) déterminé par A, B et C.

2) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite (DE).

3) Démontrer que (P) est le plan médiateur de [DE].

4) Démontrer que (BC) est orthogonale à (DE).

5) a- Calculer l'aire du triangle BCD.
   b- Calculer le volume du tétraèdre ABCD et déduire la distance de A au plan BCD.

EXERCICE 4

Dans le tableau suivant, une seule des réponses proposées à chaque question est correcte.

Ecrire le numéro de chaque question et donner, avec justification, la réponse qui lui correspond.

Nº	Questions	Réponses			
		a	b	c	d
1	Si $\frac{\pi}{6}$ est un argument de z, alors un argument de $\frac{i}{\bar{z}^2}$ est:	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$
2	Si $z=-\sqrt{3}+e^{i\frac{\pi}{6}}$, alors la forme exponentielle de z est:	$e^{\frac{5\pi}{6}i}$	$e^{\frac{7\pi}{6}i}$	$\sqrt{3}e^{-\frac{\pi}{6}i}$	$e^{-\frac{5\pi}{6}i}$
3	Si z et z' sont deux nombres complexes tels que $\lvert z\rvert=2$ et $z'=z-\frac{1}{\bar{z}}$, alors $\lvert z'\rvert=$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
4	Si z est un nombre complexe tel que $\lvert z\rvert=\sqrt{2}$, alors $\lvert\bar{z}+i\bar{z}\rvert=$	$2\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

EXERCICE 5

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O\,;\,\vec{u}\,,\,\vec{v})$.

Soit z le nombre complexe non nul défini par sa forme exponentielle $z=r\,e^{i\alpha}$ dont le conjugué est noté $\bar{z}$.

On considère les points *A*, *B* et *C* d'affixes respectives z_A = z , $z_B=\frac{1}{z}$ et $z_C=\frac{z^2}{\bar{z}}$.

1- Déterminer la forme exponentielle de chacun des nombres z_B et z_C en fonction de r et α.

2- Déterminer, en fonction de □ , une mesure de l'angle $(\overrightarrow{OB}\,;\,\overrightarrow{OC})$. En déduire les valeurs de □ pour que *O*, *B* et *C* soient alignés et que *O* appartienne à [*BC*].

3- On suppose dans cette partie que $\square\ \square\ \frac{\pi}{4}$.

a) Vérifier que $z_B \times \bar{z}_C = -1$.

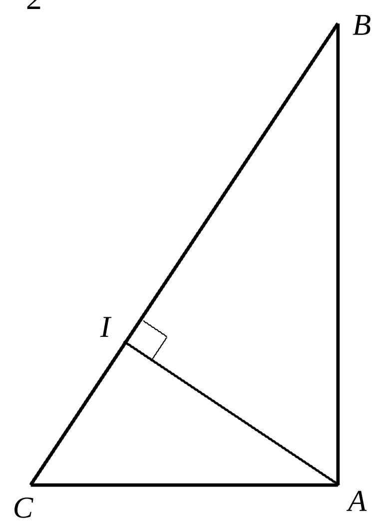
b) Soit D le point d'affixe z_D telle que $z_D = -\frac{1}{\bar{z}}$.

Calculer chacun des nombres $z_B - z_D$ et $z_A - z_C$ en fonction de r et montrer que les droites (BD) et (AC) sont parallèles.

c) Démontrer que *ABDC* est un trapèze isocèle.

EXERCICE 6

On donne un triangle ABC tel que AB = 6, AC = 4 et $(\overrightarrow{AB}\,;\,\overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$.



Soit I le projeté orthogonal de A sur (BC).

1- Soit h l'homothétie de centre I qui transforme C en B.
Construire l'image (d) de la droite (AC) par h.
Déduire l'image D de A par h.

2- Soit S la similitude qui transforme A en B et C en A.
a) Déterminer le rapport et un angle de S.
b) Déterminer l'image par S de chacune des deux droites (AI) et (CB). En déduire que I est le centre de S.
c) Déterminer l'image de (AB) par S.
En déduire que S(B) = D.

3-a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de SoS.
b) Montrer que SoS(A) = h(A).
c) Montrer que SoS = h.

4- Soit E le milieu de [AC].
a) Déterminer les points F et G tels que F = S(E) et G = S(F).
b) Montrer que les points E, I et G sont alignés.

EXERCICE 8

A- Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = 3x + \sqrt{9x^2 + 1}$ et (G) sa courbe représentative
dans un repère orthonormé .

1) a- Calculer $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ et montrer que la droite d'équation y = 6x est une
ptote à (G).

b- Montrer que l'axe des abscisses est une asymptote à (G) en – ∞.

2) Vérifier que g est strictement croissante sur IR.

3) Tracer la courbe (G).

B- Soit f la fonction donnée par f(x) = ln (g(x)) et (C) sa courbe représentative dans un autre

repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Justifier que le domaine de définition de f est IR .
b- Calculer f(x) + f(-x) et prouver que O est un centre de symétrie de (C).

2) a- Vérifier que $f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{9x^2+1}}$.

b- Ecrire une équation de la tangente (d) en O à (C).
c- Montrer que O est un point d'inflexion de (C).

3) a- Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et vérifier que $\lim_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$.

Déduire $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to -\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

b- Dresser le tableau de variations de f.

4) a- Tracer la droite (d) et la courbe (C).
b- L'équation f(x) = x admet trois racines dont l'une α est positive.
Montrer que 2,7 < α < 2,9.

5) a- Démontrer que la fonction f admet sur son domaine de définition une fonction
roque h

et tracer sa courbe représentative (H) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

b- Montrer que $h(x)=\dfrac{1}{6}(e^{x}-e^{-x})$.

6) On suppose que α = 2,8.
Calculer l'aire des deux régions du plan limitées par les deux courbes (C) et (H).

EXERCICE 9

Soit f la fonction définie , sur] 0 ; + ∞[, par : f(x) = $(\ln x)^2$ + 2lnx – 3 .

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$.

1) a- Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

b- Calculer $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ et en déduire une asymptote à (C).

2) Déterminer les abscisses des points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses .

3) a- Calculer f '(x) et dresser le tableau de variations de f.

b- Vérifier que $f''(x) = \frac{-2\ln x}{x^2}$; montrer que (C) admet un point d'inflexion I et écrire une équation de la tangente (d) à (C) en I.

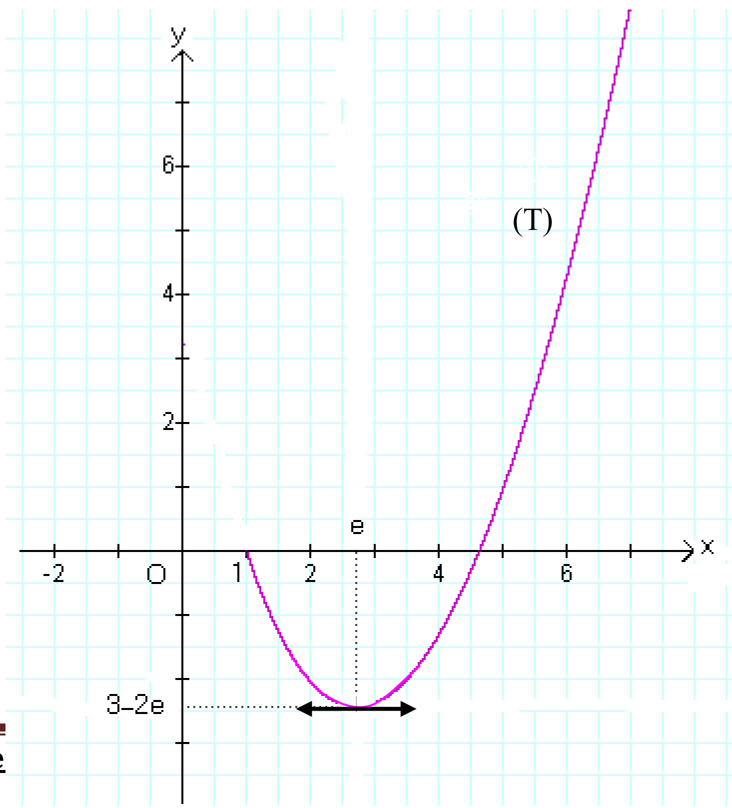
4) Tracer la droite (d) et la courbe (C).

5) a-Démontrer que la fonction f admet sur [1 ; + ∞[une fonction réciproque g et déterminer le domaine de définition de g.

b-Vérifier que A(5 ; e^2) est un point de la courbe représentative (G) de g et écrire une équation de la tangente à (G) en A.

6) Déterminer graphiquement , suivant les valeurs du réel m, le nombre des racines de l'équation $(\ln x)^2 + 2\ln x = m$.

7) La courbe (T) ci-dessous est la courbe représentative , sur [1 ; + ∞[, d'une primitive F de la fonction f .



Calculer l’aire du domaine limité par la courbe (C) , l’axe des abscisses et les droites
d’équations $x = 1$ et $x = e$.

.