

Exercice n° 1: (7 points)

I) Dans chacun des cas suivants , justifier que f admet des primitives sur D et déterminer la primitive F de f sur D telle que $F(a) = b$.

1) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+e^2}}$ avec $D=[0,1]$ et $F(0)=1$ 2) $f(x) = \frac{1}{x \ln(3x)}$ avec $D=]1, +\infty[$ et $F(\frac{3}{e})=1$

II) Résoudre dans \mathbb{R} :

1) $\ln(3x^2 + 7x + 2) - \ln(x + 3x^2) - \sqrt[3]{e} = 0$ 2) $-e^x - 2e^{-x} + 3 \geq 0$

III) Calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln(x)}{x^2 - 1}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-5x)}{x}$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x(1-e^{\frac{1}{x}})}$

Exercice n° 2: (7 points)

1) Soit g la fonction définie par : $g(x) = 2x \ln(x) + x - 1$

a) Calculer $\ln(\frac{1}{\sqrt{e^3}})$ puis étudier les variations de g .

b) Calculer $g(1)$ et déduire le signe de $g(x)$.

2) Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-1-\ln(x)}{(x+1)^2}$ et (C) sa courbe dans un repère orthogonal .

a) Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x)^3}$. Dresser le tableau de variation de f .

b) Déterminer une équation de la tangente T à (C) au point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses . Construire T et (C) .

Exercice n° 3: (6 points)

1) Soit a et b deux entiers naturels .

a) Prouver que $10a + b$ est divisible par 17 si et seulement si $a - 5b$ est divisible par 17 .

b) Sans calculatrice , déterminer les nombres divisibles par 17 parmi : 16831 , 152592 et 83521 .

2) Soit $n \in \mathbb{N}$ et $x_n = 2^n + 3^n$.

a) Vérifier que $\forall n \in \mathbb{N} : 2^n \wedge 3^n = 1$.

b) Déduire que $\forall n \in \mathbb{N} : x_n$ et x_{n+1} sont premiers entre eux .

3) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7 .

Bon travail