

**Identités remarquables :**

Pour tous réels  $a$  et  $b$ , on a :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$		

1	Exposant 0						
1	1	Exposant 1					
1	2	1	Exposant 2				
1	3	3	1	Exposant 3			
1	4	6	4	1	Exposant 4		
1	5	10	10	5	1	Exposant 5	
1	6	15	20	15	6	1	Exposant 6

**Exemple :**

$$\begin{aligned}
 (a+b)^4 &= 1a^4b^0 + 4a^{4-1}b^{0+1} + 6a^{3-1}b^{1+1} + 4a^{2-1}b^{2+1} + 1a^{1-1}b^{3+1} \\
 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + a^0b^4 \\
 &= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4
 \end{aligned}$$

**Exercice N° 01 :**

On donne quatre réels  $a, b, c$  et  $d$  tels que  $a^2 + b^2 = 1$  et  $c^2 + d^2 = 1$

Montrer que  $(ac + bd)^2 + (ad - bc)^2 = 1$

**Exercice N° 02 :**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs

1- a) Montrer que  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

b) En déduire que  $(a+b) + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

2- Montrer que  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$

**Exercice N° 03 :**

Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs.

1- Montrer que  $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

2- On suppose que  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 7$

Calculer la valeur exacte de  $a^3 + \frac{1}{a^3}$

**Exercice N° 04 :**

1- Soient  $a, b$  et  $c$  trois réels positifs tel que :  $3a^2 = 2(c^2 - b^2)$

Comparer  $a, b$  et  $c$ .

2- Montrer que :

a)  $\sqrt{4 + \sqrt{13 + \sqrt{5}}} \times \sqrt{3 + \sqrt{5}} \times \sqrt{4 - \sqrt{13 + \sqrt{5}}} = 2$

b)  $\sqrt{\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}} = 2$

**Exercice N° 05 :**

Factoriser les expressions suivantes :

1-  $x^2 + 6x - 5$

2-  $x^2 + 2x + 1 - (x + 1)^3$

3-  $4x^2 + 12x + 9 - (2x + 3)(x + 7)$

4-  $(16x^2 - 49) + 3(4x + 7)^2$

5-  $(2x + 1)^3 - (x - 2)^3$

6-  $27x^3 - 64 + (3x - 4)(2x^2 - x - 16)$

7-  $abxy - by + 2 - 2ax$

**Exercice N° 06 :**

1- Calculer  $A = (2 - \sqrt{2})^3$

2- Factoriser  $B = (x + 1)^3 - (20 - 14\sqrt{2})$

**Exercice N° 07 :**

Soit  $P(x) = x^6 - 1$

1- Montrer que  $P(x) = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

2- En déduire la valeur de  $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$

**Exercice N° 08 :**

Soient  $a, b$  et  $c$  trois réels positifs tel que :  $abc = 1$

Montrer que  $\left(a - 1 + \frac{1}{b}\right)\left(b - 1 + \frac{1}{c}\right)\left(c - 1 + \frac{1}{a}\right) \leq 1$

