

EXERCICE N°1

- 1°) a) Décomposer en produit des facteurs premiers les nombres 45 et 75.
b) En déduire le PGCD(45,75) et PPCM(45,75)
2°) a) Déterminer l'ensemble des diviseurs de l'entier 45 (noté D_{45}) et 75 (noté D_{75}).
b) En déduire le PGCD(45,75) et PPCM(45,75)
3°) On utilisant l'algorithme d'Euclide trouver le PGCD(45,75) et déduire le PPCM(45,75).

EXERCICE N°2

Répondre par Vrai ou Faux en justifiant la réponse.

Soit a et b deux entiers naturels non nuls.

- 1°) Si a et b sont premiers entre eux alors $\text{PPCM}(a,b) = ab$
2°) Si $b = 2a$ alors $\text{PGCD}(a,b) = a$
3°) Si $b = 2a + 1$ alors $\text{PGCD}(a,b) = 1$
4°) Si $b = 2a - 1$ alors $\text{PGCD}(a+1,b) = 1$
5°) Si $a = 2^3 \times 3^2$ et $b = 3^3 \times 2^2$ alors $\text{PPCM}(a,b) = 6 \text{PGCD}(a,b)$

EXERCICE N°3

Soit $N = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 20 \times 21$

Montrer que $N+2$ est divisible par 2 et que $N+3$ est divisible par 3.

EXERCICE N°4

Soit n un entier naturel.

- 1°) Montrer que si n est pair alors n^2 est pair.
2°) Montrer que si n est impair alors n^2 est impair.
3°) Montrer que $n(n+1)$ est pair

EXERCICE N°5

On donne les entiers naturels $a=315$ et $b=42$.

- 1°) On utilisant l'algorithme d'Euclide trouves le PGCD(a,b) et déduire le PPCM(a,b).
2°) Rendre la fraction $\frac{315}{42}$ irréductible ; le nombre $\frac{315}{42}$ est il décimal ?
3°) Un lycée organise une sortie pour 315 élèves et 42 professeurs. Ils sont tous répartis en groupes de sorte que tous les groupes contiennent le même nombre d'élèves et le même nombre de professeurs.
a- Trouver le nombre maximum de groupe qu'on peut former.
b- Trouver la composition de chaque groupe en élève et en professeurs.

EXERCICE N°6

Yaaoub a des billes dans sa trousse, s'il les compte 4 a 4 ou 5 a 5 ou 6 a 6 il en reste toujours zéro. Trouver le nombre minimum de billes dans la trousse de Yaaoub.

EXERCICE N°7

Dans chaque cas comment faut-il choisir l'entier naturel n pour que :

- 1°) $\frac{6}{n-1}$ soit un entier naturel.
2°) $\frac{3n+7}{n+1}$ soit un entier naturel.
3°) $\frac{10}{n-3}$ soit un entier naturel.
4°) $\frac{2n+8}{n+1}$ soit un entier naturel.

EXERCICE N°8

Un fleuriste a 135 roses blanches, 120 roses rouges et 90 roses jaunes. Il veut préparer le plus grand nombre de bouquets, de même composition, formes de roses, blanches, rouges et jaunes.

- 1°) Quel est le plus grand nombre possible de bouquets qu'il peut former ?
2°) Donner la composition de chaque bouquet.

EXERCICE N°9

- 1°) Quel sont les diviseurs de 27.
2°) Soit x et y deux entiers naturels ; déterminer tous les couples (x,y) tels que $(x-2)(y-3)=27$.
3°) Soit a un entier naturels. a est un multiple de 3.

La division euclidienne de a par 35 donne un quotient égale au reste. Quel est la plus petite valeur de a .



4°) On prend $a = 324$ et $b = 135$.

Les entiers a et b sont-ils premiers entre eux ?

EXERCICE N°10

Soit n un entier naturel tel que $n \geq 2$.

1°) Vérifier que $n^2 + n - 1 = (n + 2)(n - 1) + 1$.

2°) Déterminer le PGCD($n^2 + n - 2; n - 1$).

3°) Que peut-on dire sur les deux entiers $n^2 + n - 2$ et $n - 1$.

4°) En déduire le PPCM($n^2 + n - 2; n - 1$).

5°) Déterminer n pour que les entiers $n^2 + n - 2$ et $n - 1$ soient premiers entre eux.

EXERCICE N°11

1°) Déterminer les diviseurs de 394

2°) Trouver les couples (a, b) tel que $ab = 394$ et $\text{PGCD}(a, b) = 4$.

En déduire leur PPCM.

EXERCICE N°12

1°) Avec les chiffres 1, 3, 5 et 7. Combien peut-on former de nombres à 4 chiffres sans répéter le même chiffre dans le même nombre.

2°) Déterminer les entiers naturels qui divisent par 5 donne quotient égale au triple du reste.

EXERCICE N°13

J'ai 108 tulipes rouges et 135 noires. Je veux faire des bouquets comportant tous le même nombre de tulipes rouges et le même nombre de tulipes noires, toutes les tulipes devant être utilisées.

a) Quel nombre maximum de bouquets puis-je faire ?

b) Combien de fleurs de chaque sorte contiendra chaque bouquet ?

EXERCICE N°14

Les côtés d'un champ rectangulaire ont pour longueurs respectives 12 m et 90 m.

On veut réaliser un quadrillage du champ par des carrés identiques dont les dimensions sont des nombres entiers de centimètres.

1°) Quelles sont les quatre plus grandes longueurs possibles pour le côté d'un carré du quadrillage ?

2°) On envisage de planter un arbre à chaque nœud du quadrillage, mais pas à ceux sur le pourtour du champ. Combien faut-il d'arbres, dans chacun des quatre cas précédents ?

3°) On dispose de 90 arbres. En les plantant comme indiqué ci-dessus, quelle solution doit-on retenir pour en utiliser le plus grand nombre possible ?

EXERCICE N°15

1°) On range des œufs dans des boîtes de 12. Ainsi 15 œufs c'est une boîte et trois œufs.

Combien font 89 œufs ?

2°) Les boîtes d'œufs sont rangés dans des cartons de 12 boîtes.

12 cartons sont rangés dans une malle et on range 12 malles dans une camionnette.

a) Combien d'œufs font 4 malles + 6 boîtes + 3 œufs

b) Convertir 260 œufs. 1000 œufs. 7 000 œufs

EXERCICE N°16

Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font un circuit. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.

Y-a-t-il des moments où les voitures se croisent sur la ligne de départ ? (préciser)

Essayer de préciser le nombre de déplacements par laps de temps.

EXERCICE N°17

Pour carreter le sol d'une pièce rectangulaire, on dispose de carrés de carreaux de quatre dimensions possibles : 12 cm de côté, 15 cm de côté, 20 cm de côté et 30 cm de côté.

Le travail est d'autant plus facile et rapide que les carreaux sont de grandes dimensions.

Quelle taille de carreaux faut-il prendre si l'on ne veut aucun carreau sachant que les dimensions de la pièce sont de 4, 40 m et de 4,20 m.

EXERCICE N°18

Je suis un nombre entier à 4 chiffres. Si vous échangez mes 2 chiffres les plus à droite, j'augmente de 27. Si vous échangez ceux de gauche, je diminue de 5400. Si vous échangez ceux du milieu, j'augmente de 90. Pouvez-vous me trouver ?

