

Lycée « Echebbi » Mornag	<u>Devoir de synthèse n°1</u>	Année scolaire :2009-2010
Prof :Abederahman Trabelsi		Niveau : 3 ^{ème} Tech

Exercice n°1

Une et une seule réponse proposée est correcte, indiquer la quelle .

- Le domaine de définition de la fonction : $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ est :
 - $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
 - $[0, +\infty[$
 - $[0, +\infty[\setminus \{1\}$
- $\sin\left(-\frac{19\pi}{6}\right)$ est égale à :
 - $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 - $\left(-\frac{1}{2}\right)$
 - $\left(\frac{1}{2}\right)$
- $\cos(7\pi + x) + \cos\left(\frac{25}{2}\pi + x\right) + \sin\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) =$
 - 0
 - $2\cos(x)$
 - $\cos(x) - \sin(x)$
- $\cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ est la valeur de :
 - $\cos(x+y)$
 - $\sin(x+y)$
 - $\cos(x-y)$

Exercice n°2

On donne : $f(x) = \sin 2x - 2\sqrt{3} \sin^2 x$ et $g(x) = \cos 2x - \frac{1}{2}$.

- Montrer que : $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 - En déduire que : $f(x) = 4 \sin 2x \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.
 - Résoudre dans \mathbb{R} puis dans $[-\pi, \pi[$ l'équation : $f(x) = 0$
- Résoudre dans $[-\pi, \pi[$ l'équation $g(x) = 0$.
 - Montrer que : $g(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$
 - Calculer $g\left(-\frac{\pi}{12}\right)$. En déduire que $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- Soit $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ pour $x \in [-\pi, \pi[$
 - Déterminer le domaine de définition de h .
 - Montrer que pour $x \in D(h)$ on a : $h(x) = \frac{\sin x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$.

Exercice n°3

Soit la suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 2U_n + 2n - 1 \end{cases}$$

1. a) Calculer U_1 et U_2 .
b) Justifier alors que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. On pose $V_n = U_n + 2n + 1$.
a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q=2$.
b) Exprimer V_n en fonction de n et calculer : $S_1 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
c) En déduire que : $U_n = 3 \times 2^n - 2n - 1$
3. On pose $W_n = -2n - 1$
a) Quel est la nature de W_n .
b) Calculer : $S_2 = W_0 + W_1 + \dots + W_n$.
c) En déduire : $S_3 = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

Exercice n°4

I. Dans le graphique ci contre C désigne la courbe représentative d'une fonction f et la droite (Δ) est la représentation graphique de la fonction $g(x) = x + 2$.

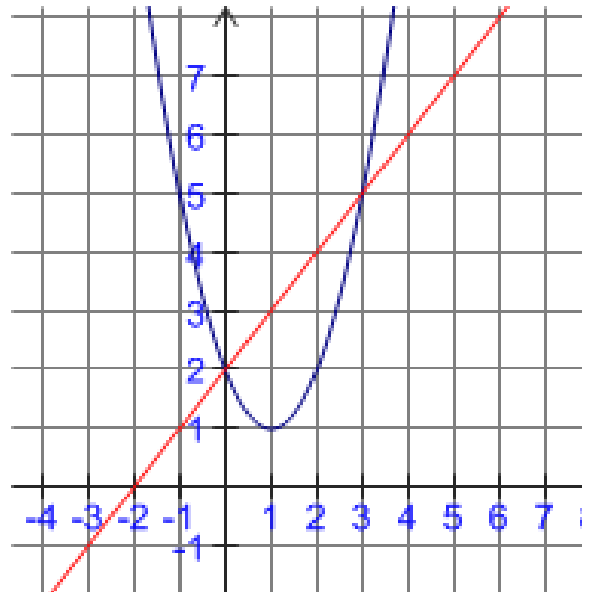
1. Donner :
a) $f(0)$; $f(1)$; $f(3)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
b) $g(0)$ et $g(1)$.
2. Résoudre graphiquement
a) $f(x) = 5$
b) $f(x) = g(x)$
c) $f(x) \geq g(x)$.

II. On suppose que $f(x) = x^2 + ax + b$.

1. Montrer que : $b = 2$.
2. En déduire que $f(x) = x^2 - 2x + 2$

III. Soit x_1 et x_2 deux réels .

1. Montrer que $f(x_1) - f(x_2) = (x_1 - x_2)(x_1 + x_2 - 2)$
2. En déduire les variations de f sur $[1, +\infty[$.
3. Retrouver par le calcul :
a) $f(x) = 5$
b) $f(x) = x + 2$
c) $f(x) \geq x + 2$



Bon travail