◇◇◇ Prof:Gari Hbib ◇◇◇			A.S. : 2023/2024
Lycée:Bir Lahmar	2ème TI	Date: 14/03/2024	Durée : 2h

Devoir de Synthèse n°2

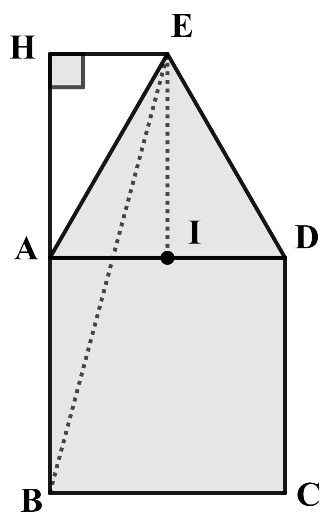
Exercice N 1 (5 points)

Soit la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par par $\begin{cases} U_0 = 4 & . \\ U_{n+1} = 3U_n - 4. \end{cases}$

1. a) Calculer $U_1\,;U_2$ et U_3
   b) En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique , ni géométrique .
2. Soit la suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 2$
   a) Montrer que la suite (V_n) est une suite géométrique de raison 3 et de premier terme $V_0 = 2$
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
3. a) Calculer la somme $S = 1 + 9 + 27 + 81 + ... + 3^{10}$
   b) Calculer la somme $S' = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_{10}$

Exercice N 2 (5 points)

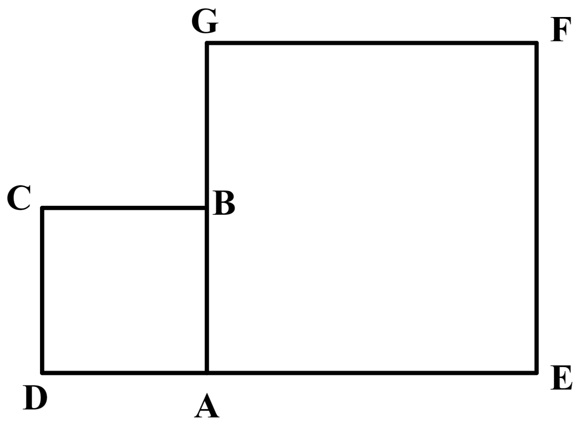
On considère un carré $ABCD$ de coté 2
On construit à l'extérieur du carré $ABCD$ le triangle équilatéral AED .



1. a) Quelle est la nature du triangle ABE.
   b) En déduire que $\widehat{ABE} = \dfrac{\pi}{12}$
2. Soit I le milieu du coté $[AD]$
   et H le projeté orthogonale de E sur (AB).
   a) Déterminer EI
   b) En déduire que $BH = 2 + \sqrt{3}$.
   c) Montrer que $\tan\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = 2 - \sqrt{3}$.
3. a) Montrer que pour tout réel $x \in [0, \pi] \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2}\right\}$; $1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
   b) Montrer alors que : $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$.
   c) Déduire : $\cos\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\dfrac{11\pi}{12}\right)$

Exercice N3 (4 points)

Soient $ABCD$ et $AEFG$ deux carrés comme indique la figure ci-dessous .



On désigne par r la rotation directe de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

1. a. Déterminer $r(E)$ et $r(B)$.
   b. Déterminer les images de chacune des droites (EB) et (EF) par la rotation r .
2. Soit (C) le cercle de diamètre $[BE]$ et (C') le cercle de diamètre $[DG]$
   a. Montrer que $r(C) = (C')$.
   b. le cercle (C) recoupe (EF) en K et le cercle (C') recoupe (GF) en L .
   Montrer que $r(K) = L$

Exercice N4 (6 points)

Soit f une fonction définie sur $[-5, 5]$.
On donne dans l'annexe ci-jointe sa représentation graphique sur $[0, 5]$.

1. Par lecture graphique :
   a. Déterminer $f(0)$ et $f(1)$ et $f(3)$
   b. Résoudre dans $[0, 5]$ l'équation $f(x) = 0$
   c. Résoudre dans $[0, 5]$ l'inéquation $f(x) \leq 0$
2. Sachant que la fonction f est paire
   a. Déterminer $f(-1)$ et $f(-5)$
   b. Compléter sa courbe dans l'annexe .
   c. Dresser le tableau de signe de f .
   d. Donner les variations de f .

Annexe à rendre avec votre copie

Nom et prénom ....Classe ....