Prof : Douma Ali 24/02/2023

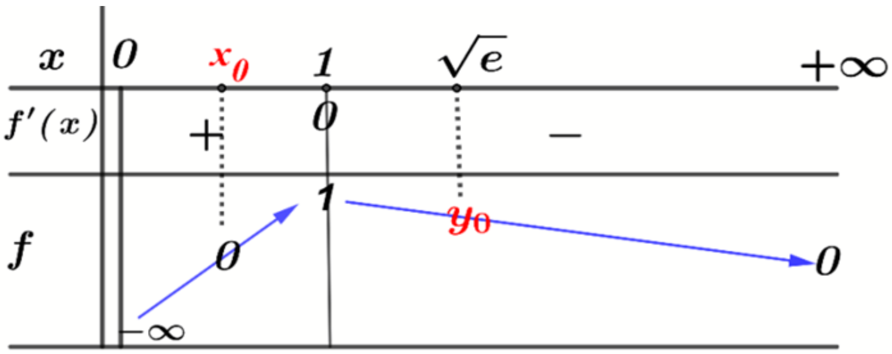
Devoir de Contrôle N°2

4ème Sciences 1 et 2

Lycée Ghraiba (Sfax 1) Durée 2 heures

Exercice N° 1 (7 points)

On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$ .on désigne par (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.
On donne ci-dessous le tableau de variation de f :



1) a) Calculer x_0 et y_0 indiqués dans le tableau .

b) Déterminer les asymptotes à la courbe (C_f) représentative de f.

c) Déterminer suivant le paramètre réel m ,
le nombre de solution de l'équation : $mx-\ln x-1=0$

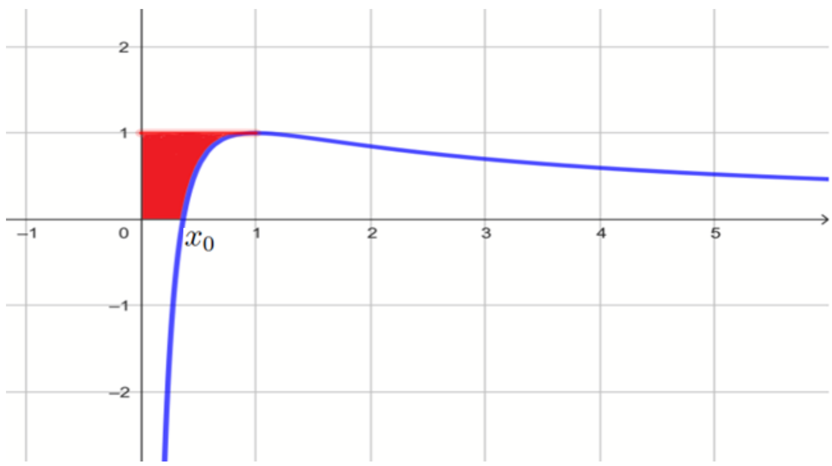
2) Dresser le tableau de signe de $f(x)$ pour tout $x\in]0,+\infty[$.

3) a) Écrire l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse x_0 .

b) Montrer que le point d'abscisse $\sqrt{e}$ est le seul point d'inflexion de (C_f) .

4) a) Calculer , en cm^2 , l'aire A de la partie du plan limitée par (C_f) ,l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x=x_0$ et $x=1$

b) On a représenté au dessous la courbe (C_f) .
Déduire , en cm^2 , l'aire de la partie du plan colorée .



Exercice N° 2 (7 points)

Soient G la fonction définie sur $[-1,1]$ par $G(x)=\int_0^x \sqrt{1-t^2}dt$ et F la fonction définie sur $[0,\pi]$ par $F(x)=G(\cos x)$.

1. a. Montrer que F est dérivable sur $[0,\pi]$ et que $F'(x)=-\sin^2 x$ pour tout $x\in[0,\pi]$.

   b. En déduire que pour tout $x\in[0,\pi]$, $F(x)=\frac{1}{4}(\pi-2x+\sin(2x))$.

2. Vérifier que $\int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt=\frac{\pi}{4}$.

3. On considère la suite (I_n) définie par :
   $I_0=\int_0^1 \sqrt{1-t^2}dt$ et $I_n=\int_0^1 t^n\sqrt{1-t^2}dt$ pour tout entier naturel n non nul .

   a. Calculer I_1

   b. Montrer que pour tout entier naturel n ; $0\leqslant I_{n+1}\leqslant I_n$.

   c. En déduire que la suite (I_n) est convergente .

   d. Montrer que pour tout entier n ; $0\leqslant I_n\leqslant\frac{1}{n+1}$. Déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$.

4. On donne la fonction f définie sur $[-1,1]$ par : $f(x)=(1-x)\sqrt{1-x^2}$, et ,
   on désigne par (C_f) et on désigne par (C_f) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$
   Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x=0$ et $x=1$

Exercice N° 3(6 points)

L'urne A contient une boule rouge et trois boules vertes .

L'urne B contient deux boules rouge et trois boules noirs .

Toutes les boules sont indiscernables à toucher.
On dispose d'un dé cubique bien équilibré , à six faces numérotées de 1 à 6 .
On lance ce dé une fois :
- S'il tombe sur une face portant un numéro multiple de 3 , on tire une boule de l'urne A .
- Sinon une tire une boule de l'urne B .

1. Calculer la probabilité de chacun des événements :

   a. N : ≪ Obtenir une boule noire ≫ .

   b. R : ≪ Obtenir une boule rouge ≫

   c. V : ≪ Obtenir une boule verte ≫

2. Quelle est la probabilité que la boule tirée provient de l'urne B sachant qu'elle rouge ?