lycée:Thyna SFAX
Professeur: SAIEMONJI

Devoir de Controle n°2

3 éme Sc.tech 2
Lundi 12/02/2024

Exercise 1: 6 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

On suppose que f admet un extremum local en (-2) égal à (-2)

1. Déterminer les réels a et b
2. Soit $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2$
   - a) Dresser le tableau de variation de f
   - b) Montrer que le point I $(-1, 0)$ est un centre de symétrie de (ζ_f)
   - c) Ecrire une équation cartésienne de la tangente Δ à (ζ_f) au point I
   - d) Etudier la position relative de (ζ_f) et Δ
3. Construire la courbe (ζ_f)
4. Soit $g(x) = |x+1|\,(-x^2 - 2x + 2) + 1$ et Γ sa courbe représentative
   - a) Montrer que la droite D d'équation $x = -1$ est un axe de symétrie de Γ
   - b) Vérifier que pour tout $x \geq -1$; on a: $g(x) = f(x) + 1$
   - c) En déduire une construction de Γ

Exercise 2: 4 points

La courbe C_f ci-jointe représente une fonction f définie sur $IR \backslash \{2\}$

Les droites D_1 et D_2 sont des asymptotes à C_f

La courbe C_f admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction
l'axe des abscisses

Par une lecture graphique, déterminer :

1. $f'(1)$; $f'_g(3)$ et $\lim_{x \to 3^+} \frac{f(x)+2}{x-3}$;
2. Une équation de chacune des droites D_1 et D_2
3. $\lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$; $\lim_{x\to-\infty}(f(x)+x)$ et $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
4. le signe de f' suivant les valeurs de x

Exercise 3: 5 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(\mathrm{O}, \vec{u}, \vec{v})$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives : $z_A = -1-i$, $z_B = -1+i\sqrt{3}$ et $z_C = \sqrt{3}-i$

1.
   a. Placer les points A, B et C
   b. Montrer que le triangle ABC est rectangle
   c. Donner l'écriture cartésienne des nombres complexes ${z_A}^2$ et $\frac{z_A}{z_B}$
2.
   a. Déterminer une écriture trigonométrique de chacun des nombres complexes z_A, z_B et z_C
   b. Déterminer une écriture trigonométrique du nombre complexe $\frac{Z_A}{Z_B}$
   c. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
3.
   a. Montrer que $\mathrm{OB} = \mathrm{OC}$
   b. Déterminer la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{\mathrm{OC}}; \overrightarrow{\mathrm{OB}})$
   c. En déduire que B est l'image de C par une rotation que l'on précisera
4. Déterminer et construire les ensembles suivants
   $\mathrm{E} = \{\mathrm{M}(z) \in \mathrm{P} \text{ tel que } |z+1+i| = 2\}$
   $\mathrm{F} = \{\mathrm{M}(z) \in \mathrm{P} \text{ tel que } |iz+\sqrt{3}+i| = |\sqrt{3}-i|\}$

Exercise 4: 5 points

Le plan complexe P est rapporté à un repère orthonormé direct $(0; \vec{u}, \vec{v})$

1.
   a. Placer les points $A(-2i); B(1+i); C(4+2i)$ et $I\ (2)$
   b. Vérifier que I est le milieu de $[AC]$
2.
   a. Calculer les affixes u et u' des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$
   b. Montrer que ABC est un triangle isocèle en B
3. Soit $D = S_I(B)$
   a. Calculer l'affixe du point D
   b. Montrer que $ABCD$ est un losange
4. Déterminer géométriquement les ensembles suivants:

$$\Delta = \{M(z) \text{ tel que } |z-2| = |z+2i|\}$$
$$\Delta' = \{M(z) \text{ tel que } |iz-i+1| = |z-4-2i|\}$$
$$\zeta = \{M(z) \text{ tel que } |2z+4i| = 4\}$$

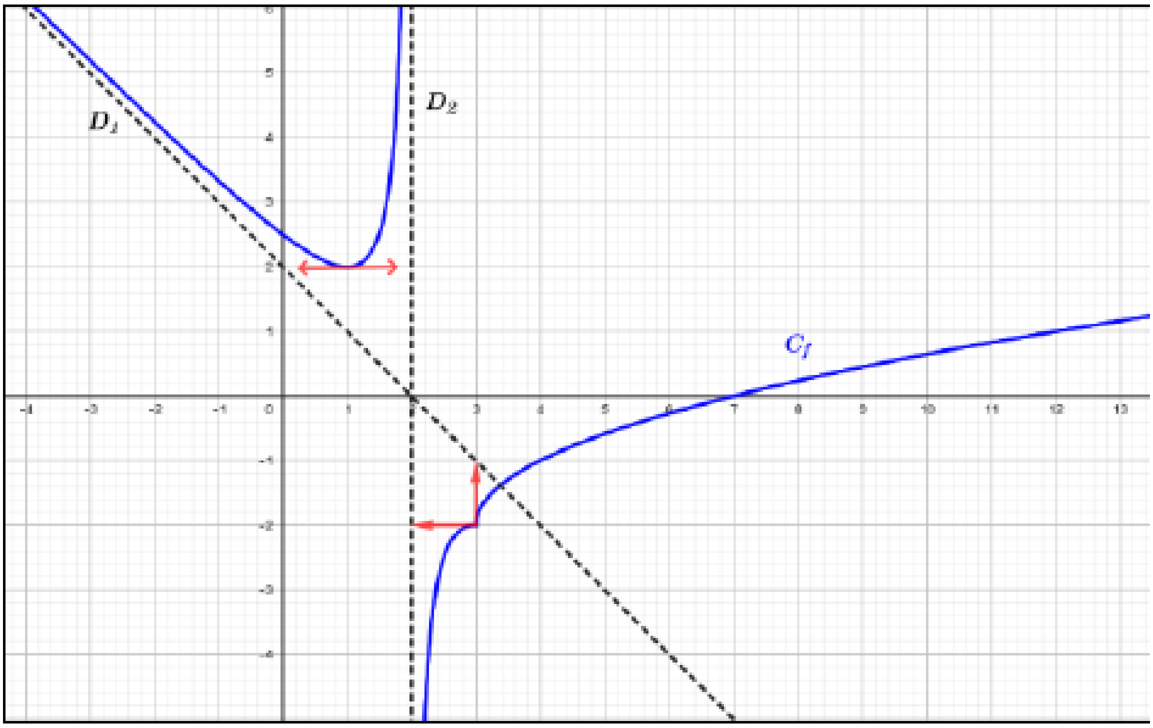

Figure 1: exercice 2