Lycée Rue Attarine Classe : 2^{eme} Sc 2	DEVOIR DE SYNTHESE 2 Mathématique	Chargui Haithem *A.* scolaire : 2023/2024

EXERCICE 1 (9 points)

1. Soit P le polynôme défini par $P(x) = x^2 + 3x - 4$
   a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   b. Donner le tableau de signe de P .
   c . Pour tout réel $x \neq 0$, comparer $P(\frac{1}{1+x^2})$ et $P(1 + \frac{1}{x^2})$.
2 . Soit Q le polynôme défini par $Q(x) = x^3 + 5x^2 - x - 5$
   a. Vérifier que 1 est une racine de Q.
   b. Montrer que $Q(x) = (x - 1)\ R(x)$, où R un polynôme que l'on déterminera.
   c. Résoudre dans R l'équation $Q(x) = 0$.
   d. Résoudre dans R l'inéquation $Q(x) \geq 3(x + 5)$.
3. Soit f la fonction défini par $f(x) = \frac{Q(x)}{P(x)}$.
   a. Déterminer le domaine de définition de f.
   b. Simplifier la fonction f.
   c. Résoudre dans R l'inéquation $f(x) \geq 0$.
   d. Résoudre dans R l'équation $|f(x)| + f(x) = 0$.

EXERCICE 2 (7 points)

Soient ABCD un parallélogramme et le point I milieu de [AD].

Soit l'application f : P P

M M' telque MM' = MD − MA + DB .

1) a) Montrer que f est une translation de vecteur AB .
   b) Construire le point I' l'image de I par f .
   c) Déterminer f(D) et f(A)
   d) En déduire que I' et le milieu de [BC]
2) Soit la droite Δ qui passe par le point C et parallèle à la droite (BD) .
   a) Déterminer l'image par f de chacune des deux droites (BD) et (II').
   b) La droite (II') coupent la droite (BD) en J et la droite Δ en K.
   Montrer que f(J) = K.
3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre [BD]
   Déterminer $\mathscr{C}'$ l'image de $\mathscr{C}$ par f en précisant son centre et son rayon .

EXERCICE 3 (4 points)

Le carré ABCD mesure 10 de coté , nous choisissons un point E sur [AB] et nous dessinons les carrés AEGF et GHCI .

En posant AE = x, avec $x \in]0,10[$.

1) calculer S_1 aire du carré AEGF et S_2 aire de GHCI en fonction de x.
2) On pose S(x) la somme des aires S_1 et S_2 .

   Montrer que $S(x) = 2x^2 - 20x + 100$.
3) Déterminer x , pour que S(x) soit égale à la moitié de l'aire du carré ABCD.
4) Déterminer x, pour que G soit le barycentre des point pondérés (A ; 2) et (C ; 3) .