

Mathématiques		 Devoir de synthèse n°2
Lycée EL-GANTRA		
2 ^{ème} sc	Mardi 14-03-2023	Durée : 2 heures
		Prof : Zitouni M

Exercice 1(3 pts)

Choisir la bonne réponse

1) l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{-2x^2 + 3x - 1}$ est

- a) \mathbb{R} b) $[0; +\infty[$ c) $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

2) Soit la fonction h définie sur $[-1; 1]$ par : $h(x) = \sqrt{1-x^2}$ alors

- a) h est paire b) h est impaire c) h est ni paire ni impaire

3) soit $x \in]0; \pi[$; $\left(\frac{1}{\sin x} + \cot x\right)\left(\frac{1}{\sin x} - \cot x\right)$ est égale a

- a) 0 b) 1 c) $\cos x$

Exercice 2(6 pts)

On considère la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{1+2U_n}{2+U_n} \end{cases} \quad n \in \mathbb{N}$$

1) a) Calculer U_1 et U_2 .

b) La suite U est-elle arithmétique ? géométrique ?

2) On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a) Calculer V_0

b) Montrer que V est une suite géométrique de raison $\frac{1}{3}$

c) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

3) On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ et $P_n = \frac{2}{U_0 + 1} + \frac{2}{U_1 + 1} + \dots + \frac{2}{U_n + 1}$

Montrer que $S_n = -\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right)$ et que $P_n = (n+1) - S_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Exercice 3(5 pts)

I) Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^2 + 6x + 4$

1) a) Vérifier que pour tout réel x ; $f(x) = (x + 3)^2 - 5$

b) En déduire les variations de f sur $]-\infty ; -3]$ et sur $[-3 ; +\infty[$

2) Montrer que f admet un minimum que l'on précisera

II) Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \frac{-2x^2 + 1}{x^2 + 1}$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Etudier la parité de g et interpréter graphiquement le résultat obtenu

2) Vérifier que pour tout réel x , $g(x) = -2 + \frac{3}{x^2 + 1}$

3) a) Etudier les variations de g sur $[0, +\infty[$

b) En déduire les variations de g sur $]-\infty, 0]$

Exercice 4(6 pts)

I) Soit $x \in [0; \pi]$ On pose $f(x) = -2\cos^2 x - 3\sin x + 3$

1) Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ et $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2) a) Montrer que $f(x) = 2\sin^2 x - 3\sin x + 1$

b) Résoudre dans $[0; \pi]$ $f(x) = 0$

II) On considère les points $A(3,3)$, $B(-2,5)$ et $C(2,0)$

1) Montrer que ABC est un triangle

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

3) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC

4) Soit I le milieu du segment $[BC]$, montrer que les points A , G et I sont alignés.