Devoir de synthèse N°3

Exercice N° 1 : (3 pts)

Trouver la réponse correcte, **sans justification**.

1/ La suite définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = -2.3^n$ a pour limite :

a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

2/ Dans le développement de $(a+b)^6$, le coefficient du terme ab^5 est :

a) 6 b) 15 c) 20

3/ La distance du point A (3, -1 ,2) au plan P : $x - 2y - z - 5 = 0$ est égale à :

a) 0 b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

4/ Dans une base orthonormée $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on donne les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\1\\-2\end{pmatrix}$,

alors le vecteur $\vec{u} \wedge \vec{v}$ est égal à :

a) $\vec{i} - 5\vec{j} + 4\vec{k}$ b) $\vec{i} - 5\vec{j} - 4\vec{k}$ c) $\vec{i} + 5\vec{j} + 4\vec{k}$

Exercice N° 2 : (7,25 pts)

Une urne contient 6 boules : 3 blanches, 2 rouges et une noire.

1/ On tire **simultanément** trois boules de l'urne.

a) Définir l'univers Ω des cas possibles et calculer card (Ω).

b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : " Obtenir exactement deux boules blanches ".

B : " Obtenir au plus deux boules blanches ".

C : " Obtenir au moins une boule blanche ".

2/ On tire **successivement et avec remise** trois boules de l'urne.

a) Définir l'univers Ω' des cas possibles et calculer card (Ω').

b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

D : " Les boules tirées sont de trois couleurs différentes ".

E : " Les boules tirées sont de même couleur ".

F : " Les boules tirées sont de deux couleurs différentes ".

G : " La boule noire apparait pour la première fois au 2ème tirage ".

3/On **extrait** de l'urne toutes ces boules, l'une après l'autre, **sans remettre** la boule tirée dans l'urne.

a) Définir l'univers Ω'' des cas possibles et calculer card (Ω'').

b) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

H : " La première boule tirée est blanche ".

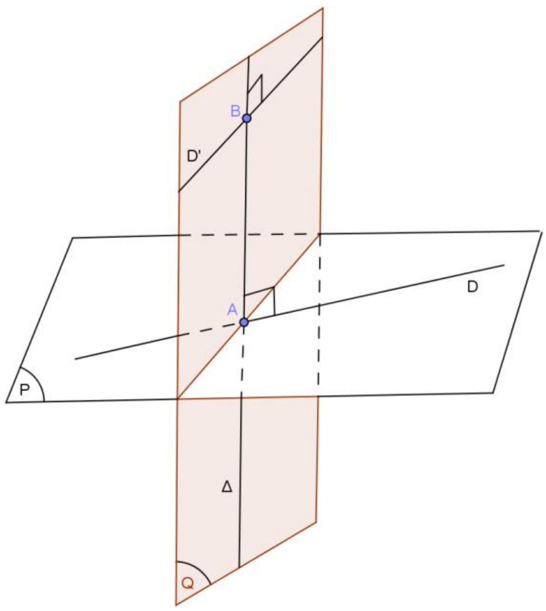
G : " La première tirée est rouge et la deuxième est blanche ".

I : " La première boule blanche tirée est en troisième position ".

<u>**Exercice N° 3**</u>: (6,75 pts)

Dans un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les droites :

$$D : \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad D' : \begin{cases} x = 3\alpha \\ y = -1 + \alpha \\ z = 3 - 2\alpha \end{cases} \quad (\alpha \in \mathbb{R})$$



1/ a) Donner une représentation paramétrique de D.

(On posera : $y = t$)

b) D et D' sont-elles parallèles ?

c) D et D' sont-elles sécantes ?

d) Quelle est alors la position relative des droites D et D' ?

2/ Soit le plan $P : x - y + z + 2 = 0$.

a) Vérifier que la droite D est incluse dans P.

b) Vérifier que la droite D'est strictement parallèle à P.

c) En déduire un vecteur directeur $\vec{w}$ d'une droite orthogonale à la fois à D et à D'.

3/ Soit Q le plan contenant D' et perpendiculaire à P. Montrer qu'une équation cartésienne de Q est :

$x + 5y + 4z - 7 = 0$.

4/ a) Calculer les coordonnées du point A d'intersection de la droite D et du plan Q.

b) La droite Δ passant par A et de vecteur directeur $\vec{w}$ coupe la droite D' en un point B.

Calculer les coordonnées du point B.

c) Calculer la distance AB.

(*La distance AB est appelée distance entre les droites D et D'*).

Exercice N° 4 : (3 pts)

Une boite contient deux jetons blancs numérotés 1 , -1 et trois jetons noirs numérotés 1 , 1 , -1. Tous les jetons sont indiscernables au toucher. On tire **successivement et sans remise** deux jetons de la boite.

1/ Définir l'univers Ω des cas possibles et calculer card (Ω).

2/ On désigne par a le numéro inscrit sur le premier jeton tiré et par b le numéro inscrit sur le deuxième jeton tiré.

On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les plans :

$P : x + ay + b = 0$ et $P' : x + by - a = 0$.

Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A : " P et P' sont parallèles ".

B : " P et P' sont perpendiculaires ".

FIN

K.M^{ed} (Juin-2010)