Épreuve : Mathématiques **Durée :** 2H	Devoir de contrôle n°3 ◉○◉○◉ 3ème Sciences technique	**Professeur :** Dhaouadi Nejib

Exercice 1 (5 points)

La courbe $\mathscr{C}$ ci – dessous est la representation graphique d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

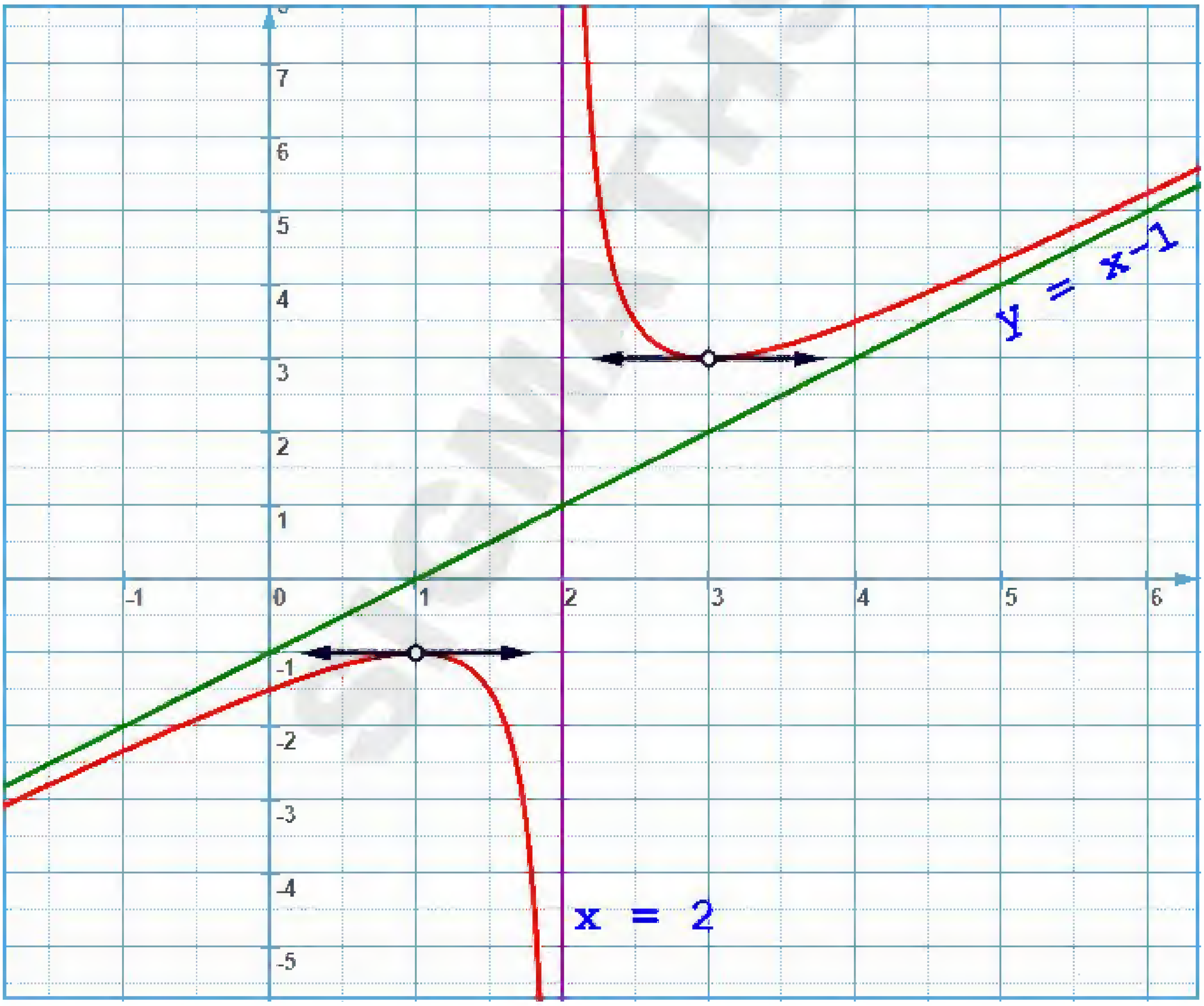
Les droites d'équations respectives : $y = x - 1$ et $x = 2$ sont deux asymptotes à $\mathscr{C}$.

Les droites d'équations respectives : $y = -1$ et $y = 3$ sont deux tangentes horizontales à la courbe $\mathscr{C}$.

1) Drésser le tableau de variation de f.

2) On sait que pour tout réel $x \in \mathbb{R}\setminus\{2\}$, $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x - 2}$

Déterminer les réels a, b et c.



Exercice 2 (9 points)

Soit f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ *par :* $f(x)=\dfrac{3x^2+x-3}{x^2-1}$.

On désigne par $\mathscr{C}$ *sa courbe représentative dans un repère orthogonal* $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) *Déterminer les réels* a, b *et* c *pour lesquels* $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$, $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}+\dfrac{c}{x+1}$.

2) *Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de* f.

3) a) *Montrer que* f *est dérivable sur* $\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$ *et que* $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$, $f'(x)=-\dfrac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$

b) *Dresser le taleau de variation de* f.

4) *Soit* I *le point de* $\mathscr{C}$ *d'abscisse 0.*

a) *Montrer que* I *est un centre de symétrie pour la courbe* $\mathscr{C}$.

b) *Donner une équation de la tangente* T *à la courbe* $\mathscr{C}$ *au point* I.

c) *Etudier la position relative de la courbe* $\mathscr{C}$ *par rapport à la tangente* T.

5) *Déterminer les points d'intersection de la courbe* $\mathscr{C}$ *avec l'axe des abscisses.*

6) a) *Calculer* $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ *et* $f(2)$.

b) *Tracer la tangente* T *et la courbe* $\mathscr{C}$ *ainsi que toutes les asymptotes à cette courbe.*

Exercice 3 (6 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points A, B *et* C *d'affixes respectives :*

$$z_A=\frac{8-i}{3-2i},\quad z_B=\frac{-2-6i}{1+i}\quad \text{et}\quad z_C=\frac{5(3+i)}{1+2i}.$$

1) a) *Donner la forme algébrique de chacun des nombres complexes* z_A, z_B *et* z_C.

b) *Placer les points* A, B *et* C.

c) *Donner le module de chacun des nombres complexes suivants :*

$$\overline{z_A}.z_B\ ,\quad z_A^{\,4}\cdot z_B^{\,3}\quad \text{et}\quad \frac{z_A^{\,5}}{z_B^{\,3}}.$$

2) a) *Calculer les distances* AB, AC *et* BC.

b) *En déduire que le triangle* ABC *est rectangle et isocèle.*

3) *Soit* D *le point d'affixe* $-1+i$.

Montrer que D *est un point du cercle* $\mathscr{C}$ *circonscrit au triangle* ABC.

4) *Déterminer l'ensemble des points* M *d'affixe* z *tels que* $|2z-1+7i|=3\sqrt{10}$.

Feuille annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom :