

BAC BLANC

Date : 9mai

Prof : Braiek khalifa

4tec2

Displine: mathématiques

Durée : 3h

Exercice n° : 1 ( 4 points) Répondre par vrai ou faux. Aucune justification n'est demandée

QCM

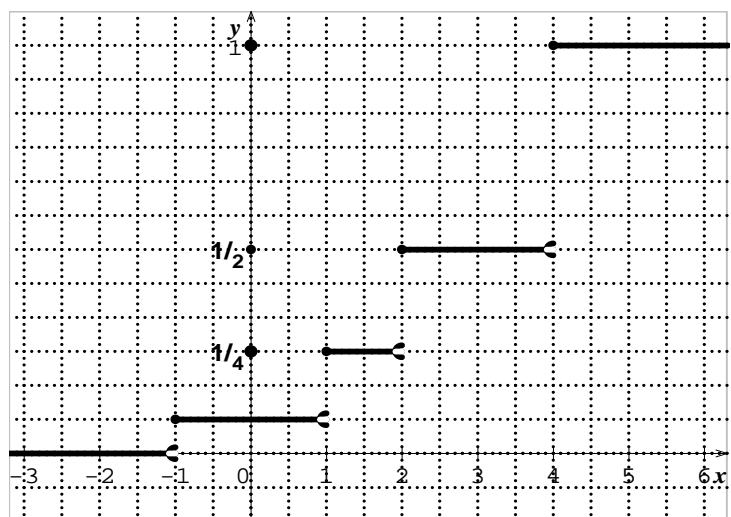
I/ Toutes les vingt minutes un bus se présente à un arrêt précis. Un usager arrivé au hasard à cet arrêt. On suppose que le temps d'attente X de l'usage avant de prendre le bus est une variable aléatoire uniformément répartie sur l'intervalle [0,10]

- 1) la densité de la loi X est f définie sur [0,10] par  $f(x) = \frac{1}{10}$ .
- 2) pour tout t de l'intervalle [0,10] on a :  $p(X \leq t) = t$
- 3) la probabilité que l'usage attende moins de 5 minutes est  $p(X \leq 5) = 0,5$ .

II/ La durée de vie, exprimée en heures d'un agenda électronique est une variable aléatoire X qui suit la loi exponentielle de paramètre 0,002 .

- 1) la densité de la loi X est la fonction f définie sur  $IR_+$  par  $f(x) = 0,002 e^{-0,002x}$  .
- 2)  $p(10 \leq X \leq 100) \approx 0,16$  .
- 3)  $p(X \geq 1000) \approx 0,8$  .
- 4)  $p((X \geq 2000)/(X \geq 1000)) \approx 0,37$

III/ La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction de répartition F d'un aléa numérique X.



- a) Calculer  $p(X \leq 4)$  et  $p(X > 2)$
- b) Déterminer la loi de probabilité de X.
- c) Calculer  $E(X)$

Exercice n° 3 (6pts) (aimer les maths !)

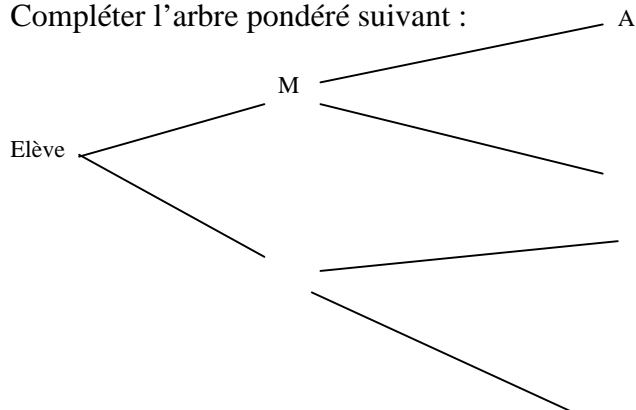
Dans un grand lycée , un groupe de 60 % des élèves aiment les mathématiques , parmi lesquels 80% aiment le professeur de cette matière . En dehors de ce groupe , il y a 55% d'élèves qui aiment le professeur des mathématiques .

On choisit un élève au hasard .

On note **M** : << l'élève aime les mathématiques >> .

**A** : << l'élève aime le professeur des mathématiques >>.

1) Compléter l'arbre pondéré suivant :



2) a) Calculer  $p(M)$

b) L'élève choisit aime les mathématiques , quelle est la probabilité qu'il aime le professeur des mathématiques .

3) a) quelle est la probabilité que l'élève aime les mathématiques et le professeur .

b) calculer  $p(A)$ .

4) quelle est la probabilité que l'élève aime les mathématiques sachant qu'il n'aime pas le professeur des mathématiques .

5) on considère un échantillon de 10 élèves pris au hasard de la population de ce lycée ( la population est suffisamment grande pour que les choix puissent être assimilés à des choix successifs indépendants )

Soit  $X$  l'aléa numérique qui prend pour valeur le nombre d'élève qui aiment les maths .

a) Déterminer la loi de probabilité de  $X$  et calculer son espérance mathématiques .

b) Déterminer la probabilité d'avoir au moins un élève aimer les mathématiques.

Exercice n° 4 : (4 points)

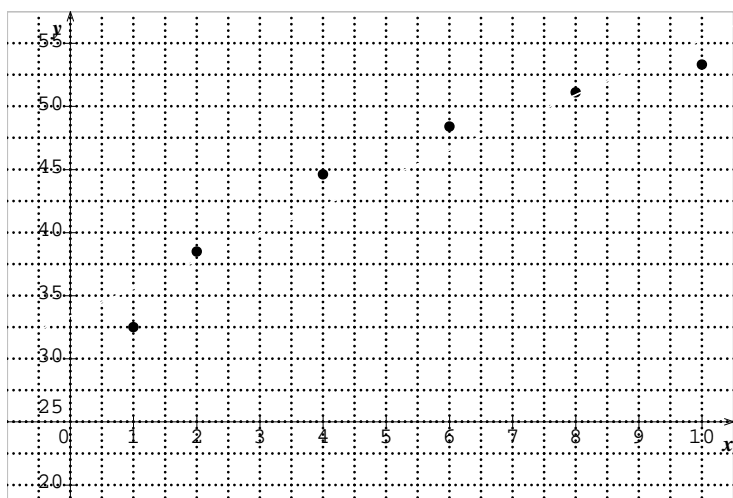
Pour des raisons pratiques, la production mensuelle du groupe chimique de l'un des produits qu'il commercialise ne doit pas excéder 10 tonnes.

Le groupe a relevé le coût total de production mensuelle en milles de dinars, noté  $y$  en fonction de la production  $x$  en tonnes. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

x	1	2	4	6	8	10
y	32.5	38.5	44.6	48.4	51.1	53.3

1°) On a représenté ci contre le nuage de points de la série (X , Y).

Indiquer si ce nuage justifie la recherche d'un ajustement affine entre X et Y



2°)a) Calculer la moyenne  $\bar{X}$  et l'écart type  $\sigma_X$  de la variable X.

b) Calculer la moyenne  $\bar{Y}$  et l'écart type  $\sigma_Y$  de la variable Y.

3°) On pose  $z = e^{0.1y}$

a) Compléter le tableau suivant après l'avoir recopié sur votre copie:

x	1	2	4	6	8	10
z	25.79	46.99				

b) Déterminer une équation de la droite de régression de Z en X.

c) Expliquer pourquoi cet ajustement semble justifié.

Estimer le coût correspondant à une production de 7 tonnes.

*Exercice n° 4* (06 points)

I] On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = (1 - \ln x)^2$

- 1) Etudier le sens de variation de  $f$ .
- 2) a) soit  $g$  la restriction de  $f$  sur  $[e, +\infty[$ .
- b) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[e, +\infty[$  sur  $[0, +\infty[$ .
- c) Montrer que pour tout  $x \in [0, +\infty[$   $g^{-1}(x) = e^{1+\sqrt{x}}$ .
- 3) Tracer  $C_f$  : la courbe de  $f$  et  $C'$  la courbe de  $g^{-1}$

Dans un repère orthonormé  $(o, \vec{i}, \vec{j})$ .

II] Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on pose  $I_n = \int_1^e (1 - \ln t)^n dt$

- 1) Calculer  $I_1$
- 2) En utilisant une intégration par parties montrer que  
Pour tout  $n \in \mathbb{N}$  on a :  $I_{n+1} = -1 + (n+1)I_n$

calculer  $I_2, I_3$  et  $I_4$

- 3) on désigne par A et B les points de  $C_f$  d'abscisses respectives 1 et e.  
Soit V le volume du solide de révolution engendré par la rotation de l'arc AB de la courbe  $C_f$  au tour de l'axe  $(o, \vec{i})$ . Calculer V.