

LYCEE SECONDAIRE RUE TAIB MHIRI MENZEL – TEMIME			
DEVOIR DE CONTROLE EN MATHÉMATIQUES N°3			
PROF : LAHBACHA CHOKRI	CLASSE 4T4	DATE :20/03/2010	HO.2H

### Exercice1 (4pts)

Pour chacune des questions suivantes répondre par vrai ou faux et justifier :

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2+x+1)e^x = 0$
- Si  $A$  et  $B$  sont deux évènements tels que  $p(A \cap B) = 0,12$  et  $p(\overline{A} \cap B) = 0,36$  alors  $p(A/B) = 0,25$
- La solution dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $5^x = 2$  est  $x = \ln\left(\frac{2}{5}\right)$
- On pose pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = \sqrt{e^x}$  alors  $f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{e^x}$

### Exercice2 (5.5pts)

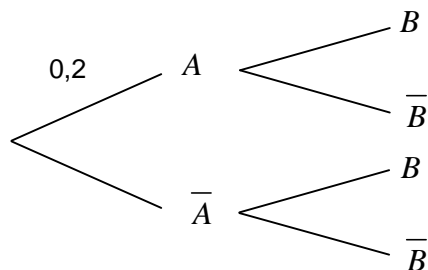
Une revue professionnelle est proposée en deux versions : une édition papier et une édition électronique sur internet. On admet que pour un lecteur d'une revue, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition papier est égale à 0,2. S'il s'abonne à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne aussi à l'édition électronique est égale à 0,4 et s'il ne s'abonne pas à l'édition papier, la probabilité qu'il s'abonne à l'édition électronique est égale à 0,1.

Une personne figurant sur la liste de lecteurs potentiels est contactée par un employé du centre d'appel.

On note :

- $A$  l'évènement « la personne s'abonne à l'édition papier »,
- $B$  l'évènement « la personne s'abonne à l'édition électronique »,
- $\overline{A}$  l'évènement contraire de  $A$ ,  $\overline{B}$  l'évènement contraire de  $B$ .

1) a. Reproduire et compléter l'arbre suivant :



b. Donner la probabilité de  $\overline{B}$  sachant  $A$  et la probabilité de  $\overline{B}$  sachant  $\overline{A}$ .

- Calculer la probabilité que la personne contactée s'abonne à l'édition papier et à l'édition électronique.
  - Justifier que la probabilité de l'évènement  $B$  est égale à 0,16.
  - Les évènements  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?

3) On suppose que la personne contactée s'est abonnée à l'édition électronique. Quelle est alors la probabilité qu'elle soit aussi abonnée à l'édition papier ?

### Exercice3 (5.5pts)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ .

On appelle  $(C)$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

- Vérifier que pour tout réel  $x$ ,  $f(x) = \frac{1}{e^x + 1}$
  - Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ . En déduire les asymptotes à  $(C)$
- Calculer  $f'(x)$  en déduire le tableau de variation de  $f$ .
- Montrer que le point  $I(0, \frac{1}{2})$  est un point de  $(C)$  et écrire l'équation de la tangente au point  $I$ .
  - On admet que  $I$  est un point d'inflexion pour  $(C)$ . Tracer  $(C)$  et  $(T)$

4. Soit  $A$  l'aire du domaine limité par les droites d'équation :  $x=0$  ,  $x=1$  ,  $y=0$  et la courbe  $(C)$   
Calculer la valeur exacte de  $A$  .

**Exercice4 (5pts)**

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par 
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \end{cases}$$

1. a. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n > 0$  .  
b. Déterminer le sens de variation de la suite la suite  $(u_n)$  .  
c. La suite  $(u_n)$  est-elle convergente ? Si oui, déterminer sa limite.
2. On considère la suite  $(w_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $w_n = \ln u_n$  .
  - a. Montrer que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $u_n = w_n - w_{n+1}$  .
  - b. On pose  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  . Montrer que  $S_n = w_0 - w_{n+1}$  .
  - c. En déduire  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  .