

# LYCÉE OUED-ELLIL



---

**DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 2 - MATHÉMATIQUES**

---



**CLASSE : 3<sup>IÈME</sup> ANÉE SECONDAIRE**

**SECTION: SCIENCES EXPÉRIMENTALES**

**DURÉE : 3 HEURES**

**ANNÉE SCOLAIRE 2017-2018**

**PROF :BELLASSOUED MOHAMED**



# EXERCICE 1: 9 POINTS

BAREME

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  par  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$  et on note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

## Partie A. Étude d'une fonction $g$

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1-Dresser le tableau de variation de  $g$ .

1,5

2-a-Montrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$ .

0,5

b-En déduire le signe de  $g$  sur  $\mathbb{R}$

0,5

## Partie B. Étude de la fonction $f$

1-a-Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

1

b-Justifier que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet deux asymptotes verticales dont On précisera les équations

0,5

2-a-Montrer que, pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  :  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$ .

0,75

b-En déduire le signe de  $f'(x)$ , puis dresser son tableau de variation de  $f$ .

1

3-a-Montrer que, pour tout  $x$  de  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  :  $f(x) = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$ .

0,25

b-En déduire que la droite  $\mathcal{D} : y = x + 2$  est une asymptote oblique à la courbe  $\mathcal{C}_f$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$ .

0,5

c-Étudier la position de  $\mathcal{C}_f$  par rapport à  $\mathcal{D}$  en précisant le point d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{D}$ .

1

4-a-Compléter soigneusement sur la figure 1 de la feuille annexe la courbe  $\mathcal{C}_f$

0,75

b-En déduire à partir de la courbe  $\mathcal{C}_f$  la représentation graphique  $\mathcal{C}_h$  de la fonction  $h$

0,75

définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  par  $h(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{|x^2 - 1|}$

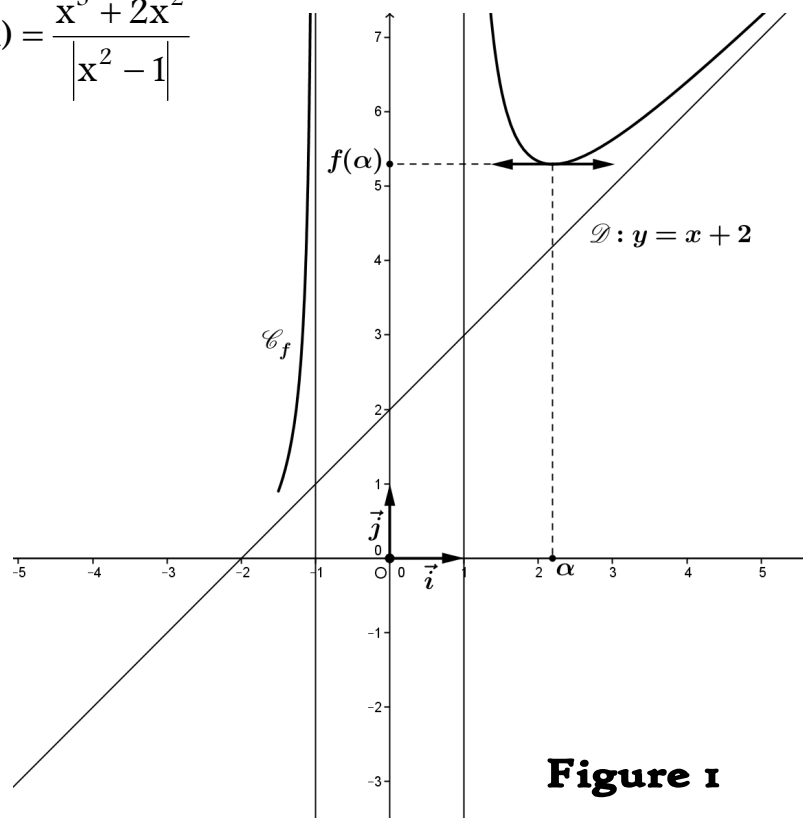


Figure 1

**EXERCICE 2: 3.5 POINTS**

On considère la suite  $(U_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $U_0 = \frac{1}{2}$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :  $U_{n+1} = \frac{\sqrt{1+3U_n^2}}{2}$ .

2- a- Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\frac{1}{2} \leq U_n \leq 1$

1

b- Montrer que la suite  $(U_n)$  est croissante

1

3- a- Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}$

1

b- En déduire que la suite  $(U_n)$  est convergente, déterminer sa limite.

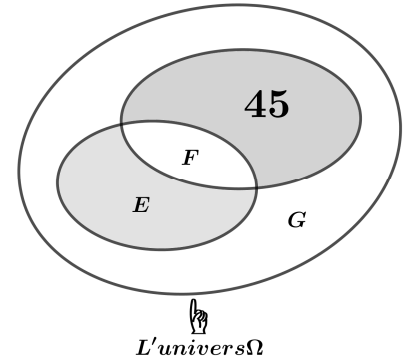
0,5

**EXERCICE 3: 4 POINTS**

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants :

- A la question « Consommez vous régulièrement de l'alcool ? », 50 personnes répondent oui.
- A la question « Êtes-vous fumeur ? », 80 personnes répondent oui.
- A la question « Êtes-vous un fumeur consommant régulièrement de l'alcool ? », 35 personnes répondent oui.

Le sondage précédant est schématisé par diagramme ci-contre



1- calculer le cardinal de chacun des ensembles : E, F et G

0,75

2- On interroge au hasard une personne.

Calculer les probabilités des événements suivants :

A : « La personne interrogée est un fumeur »

0,5

B : « La personne interrogée consomme régulièrement de l'alcool »

0,5

C : « La personne interrogée est un fumeur ou consomme régulièrement de l'alcool »

0,75

D : « La personne interrogée n'est pas fumeur et ne consomme pas régulièrement de l'alcool »

0,75

3- on a interrogé une personne fumeur. Quelle est la probabilité d'être consommateur de l'alcool ?

0,75

**EXERCICE 4: 3.5 POINTS**

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$

1- Vérifier que f est impaire et périodique

0,5

2- Montrer que f est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que  $f'(x) = (1 - \cos x)(2 \cos x + 1)$

1

3- Dresser le tableau de variation de f sur  $[-\pi, \pi]$

0,5

4- Compléter sur la figure 2 de la feuille annexe la courbe  $\mathcal{C}_f$  de f sur  $[-\pi, 2\pi]$

1

5- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x}{x^3}$

0,5

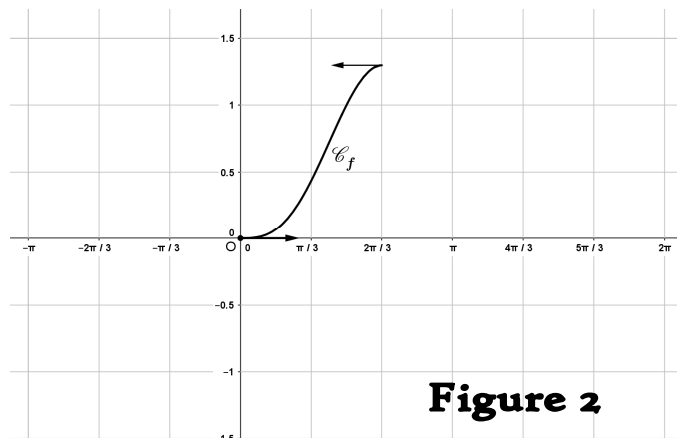


Figure 2

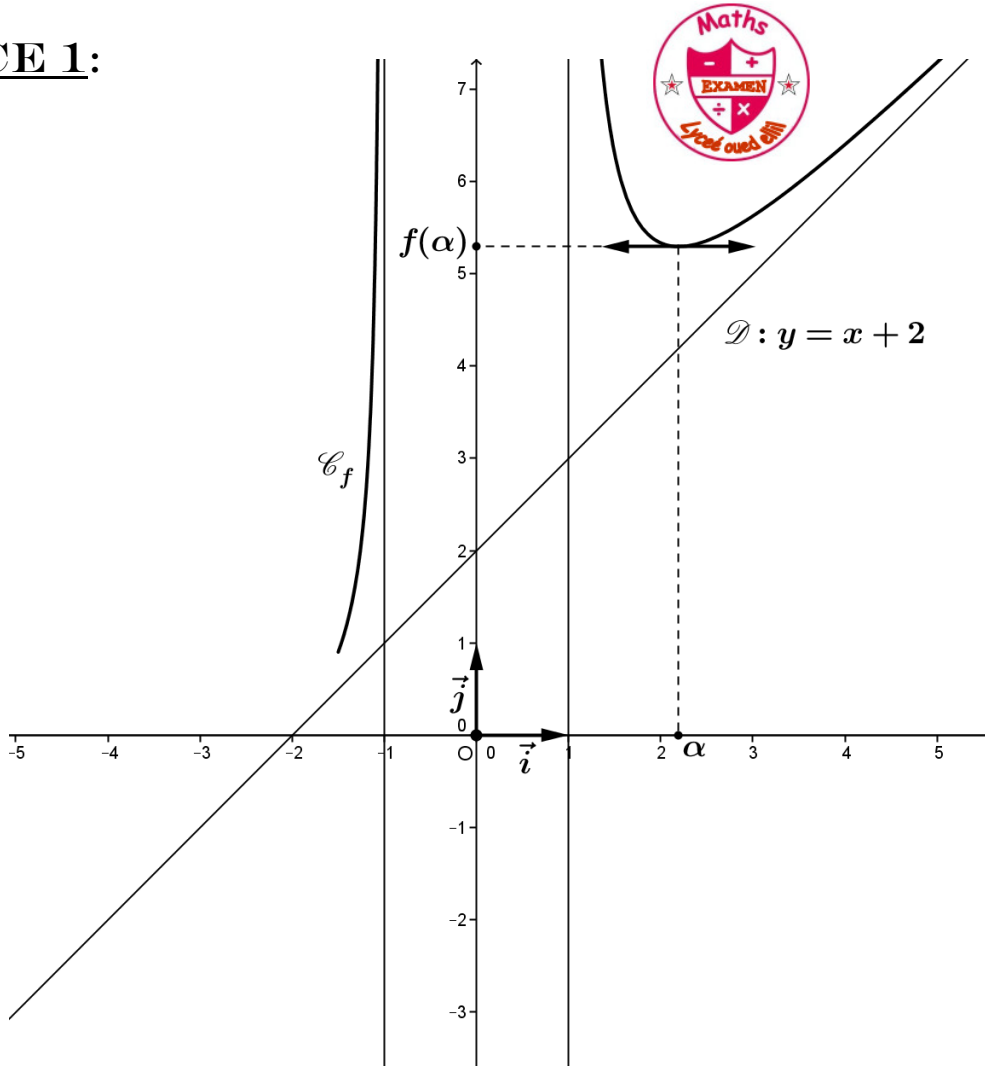


NOM \_\_\_\_\_

PRENOM \_\_\_\_\_

CLASSE : 3<sup>ème</sup> SCIENCES EXP

**EXERCICE 1:**



**EXERCICE 4:**

