Lycée Farhat Hached Makthar	Devoir de Synthèse n°3 De Mathématiques	Prof : Ghorbeli Med Hedi Classe : $3^{ème}$ sc Durée : 3h

Exercice n°1(4pts)

Cocher la réponse exacte .

1) Si $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ est une base orthonormeé alors $\vec{u}.(\vec{v} + 2\vec{w})$ est égale à :
   a) 0 b) 2 c) 1
2) En utilisant les lettres M , A , T et H ,on écrit tous les mots à quatre lettres distinctes. On obtient :
   a) 4 b) 16 c) 24
3) On considère la fonction f définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par f(x) = tanx

   Alors sa courbe reprèsentative,dans un repère orthonormé, coupe l'axe des abscisses en

   a) Deux points b) trois point c) un point
4) $\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx}{xsinx}$ est égale à : a) 0 b) $\frac{1}{2}$ c) 1

Exercice n°2(6pts)

On considère la suite U définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{2-3U_n}{U_n-2} \end{cases}$

1°) a- Montrer que $U_{n+1} = \frac{-4}{U_n-2} - 3 \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

b- Calculer U_1 et U_2 puis montrer que la suite U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) a- Montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad -2 < U_n \leq 0$.

b- prouver que : $U_{n+1} - U_n = \frac{-U_n{}^2 - U_n + 2}{U_n - 2}$ et en déduit que la suite (U_n) est décroissante .

3) a- Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_{n+1} + 2 \leq \frac{1}{2}(U_n + 2)$

b- montrer par récurrence que : $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n + 2 \leq 3\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

c- En déduire $\lim_{x\to+\infty} U_n$.

4/ soit (t_n) une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \frac{2+U_n}{U_n - 1}$

a) Montrer que (t_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{4}$.

b) *Déduire l'expression de* t_n *puis* U_n *en fonction de n.*
c) *Retrouver* $\lim_{n\to+\infty} U_n$
d) *Calculer la somme* $S_n = \sum_{k=0}^{n} t_k$ *puis déduire* $S' = \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{U_k - 1}$
e) *En déduire alors que* $\lim_{n\to+\infty} S_n = -\frac{8}{3}$ *et que* $\lim_{n\to+\infty} S_n' = -\infty$.

Exercice n°3(4pts)

soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = 2\cos^2 x - \sqrt{3}\sin 2x - 1$ *et* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthogonale* $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) *Montrer que pour tout* $x \in \mathbb{R}$ $f(x) = 2\cos(2x + \frac{\pi}{3})$.
2) *a – montrer que la droite* Δ *d'équation* $x = \frac{\pi}{3}$ *est un axe de symétrie de* (C_f).
   b- déduire que l'on peut réduire le domaine d'étude de f à l'intervalle $I = [-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$
3) *a- calculer* $f'(x)$ *et dresser le tableau de variation de f sur I.*
   b- construire (C_f) *sur l'intervalle* $J = [-\frac{\pi}{6}, \frac{4\pi}{3}]$

Exercice n°4(6pts)

Un sac contient dix jetons indiscernables au toucher : { 5 rouges marqués -1 , -1 , 0 , 1 , 2 et 5 blancs marqués -1,0,1,1,1}.
Les trois questions sont indépendantes.

1e) Une épreuve consiste à tirer simultanément deux jetons du sac.
a-/ Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Obtenir deux jetons de même couleur».
B : « Obtenir deux jetons de même numéro».
C : « Obtenir un seul jeton rouge et un seul porte le numéro 1».
D : « Le produit des deux numéros des deux jetons tirés est strictement positif»

b-/ Calculer $P(A \cap D)$ *et* $P(A \cup D)$
2°) On tire successivement et avec remise 4 jetons de l'urne.
On considère l'événement S : « obtenir un jeton rouge »
Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
E : « S est réalisé au moins une fois».
F : « S est réalisé pour la première fois à la troisième tirage ».
G : « S est réalisé au plus une fois».
3") On effectue un tirage successif de deux jetons de la manière suivante : on tire un jeton si sa couleur est blanc on la remet dans l'urne et on tire un deuxième jeton. Si non on la garde à l'extérieur et on effectue le deuxième tirage.
Quelle est la probabilité d'avoir deux jetons de couleurs différents ?

BON TRAVAIL

« l'imagination est plus importante que la connaissance. » Einstien (télè :97519484)