Exercice 1 (4,5 pts)

A) Vrai ou Faux

Répondre par vrai ou faux **sans** justification

1) La forme algébrique de $(1+i)^4.(2-i)$ est $-8+4i$.

2) Un argument de $-1+i^{2015}$ est $\frac{3\pi}{4}$.

3) L'ensemble des points M d'affixe z telle que $|z+2i|=|z-2|$ est une droite qui passe par $A(1-i)$.

B) Q.C.M

Choisir la seule réponse exacte **sans** justification.

1) On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_n = n-2^n$

a) (U_n) est arithmétique.

b) (U_n) est géométrique.

c) (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(n-1)(-0,5)^n}{n+2} =$

a) 0. b) 1. c) $-\infty$.

3) La suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $V_n = 1-\frac{1}{n}$ est:

a) Croissante. b) Décroissante. c) non monotone.

Exercice 2 (7,5 pts)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $U_0 = 0$ et $U_{n+1} = 3-\frac{10}{4+U_n}$.

1) Calculer U_1 et U_2 . En déduire que (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.

2) Démontrer, par récurrence, la propriété suivante:($\mathcal{P}_n$): $\forall n \in \mathbb{N}, -2 < U_n < 1$.

3) **a)** Donner le signe de x^2+x-2 suivant les valeurs de x.

b) Montrer que la suite (U_n) est croissante.

4) On considère la suite (V_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $V_n = \frac{U_n+2}{U_n-1}$.

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $q=\frac{5}{2}$.

b) Exprimer V_n en fonction de n. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$.

5) Montrer que (U_n) converge vers 1.

Exercice 3 (8 pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a=\sqrt{3}+i$ et $b=i.a$.

1) **a)** Donner le module et un argument de a et b.

b) Construire alors les points A et B.

c) Montrer que le triangle OAB est rectangle et isocèle en O.

2) Soit C le point d'affixe $c=a+b$.

a) Montrer que $OACB$ est un carré.

b) Placer le point C.

c) Montrer que $c = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$.

3) Donner la forme algébrique de c et en déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.

4) Déterminer et construire chacun des ensembles suivants:

$$E=\left\{M(z)/\left|\bar{z}-\sqrt{3}+i\right|=2\right\} \text{ et } F=\left\{M(z), z\neq 0, \arg(z)\equiv\frac{5\pi}{12}[2\pi]\right\}.$$