LYCEE PILOTE MONASTIR 2010/2011	DEVOIR DE CONTROLE N° 2	Prof: MOHAMED BENZINA
	MATHEMATIQUE Classe 3 SC_2 « 2H »	

EXERCICE N° 1 (7 points)

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=\dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}-1$.

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (unité 2cm).

1) a – Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$. Interpréter graphiquement ce résultat.

b – Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) a – Montrer que f est dérivable sur IR et que pour tout $x\in IR$, $f'(x)=\dfrac{1-x}{\left(1+x^2\right)\sqrt{1+x^2}}$.

b – Dresser le tableau de variation de f.

3) a – Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisses 0.

b– Etudier la position relative de C_f par rapport à T.

c – Tracer T et C_f.

EXERCICE N° 2 (7 points)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ (unité graphique 2cm), on considère les points A, B et C d'affixes respectives :

$$Z_A = 2\ ,\ Z_B = 1 + i\sqrt{3}\ ,\ Z_C = 1 - i\sqrt{3}$$

Partie A

1)a - Donner la forme trigonométrique de Z_B , puis de Z_C

b-Placer les points A, B et C

2)Déterminer la nature du quadrilatère OBAC

3) Déterminer et construire l'ensemble Δ des points M du plan d'affixes Z tels que $|z|=|z-2|$

Partie B

A tout point M d'affixe Z tel que $Z\neq Z_A$, on associe le point M' d'affixe Z' défini par :

$Z'=\dfrac{-4}{Z-2}$

1) Déterminer et placer le point G' associé au centre de gravité G du triangle OAB

2) a - Démontrer que pour tout nombre complexe z distinct de 2 : $|z'-2| = \frac{2|z|}{|z-2|}$

b - On suppose dans cette question que M est un point quelconque de Δ (Δ est l'ensemble défini à la question 3) de la **partie A**). Démontrer que le point M ' associé à M appartient à un cercle ζ dont on précisera le centre et le rayon. Tracer ζ

EXERCICE N° 3 (6 points)

le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique 2cm)

On pose $Z_0 = 2$ et , pour tout entier naturel n , $Z_{n+1} = \frac{1+i}{2} Z_n$. On note A_n le point d'affixe Z_n

1) Calculer Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 et vérifier que Z_4 est un nombre réel
   Placer les points A_0 , A_1 , A_2 , A_3 et A_4 sur une figure

2) Pour tout entier naturel n , on pose $U_n = |Z_n|$
   Justifier que la suite (U_n) est une suite géométrique puis établir que , pour tout entier naturel n , $U_n = 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^n$

3) a- Montrer que , pour tout entier naturel n , $\frac{Z_{n+1}-Z_n}{Z_{n+1}} = i$
   b- En déduire la nature du triangle O A_n A_{n+1}