

DEVOIR DE CONTROLE N°3

Durée 2h

Mr : Orfi Raouf

3^{ème}SC₁**Exercice N°1** (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte

1) On sait que $Z_A = -3$ et $Z_B = 2i$ alors $AB =$

- a) $|Z_A| + |Z_B|$ b) $3+2$ c) $\sqrt{13}$ d) $|Z_B| - |Z_A|$

2) Soient les droites D et D' d'équations paramétriques

$$D \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 1 \\ z = -t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad D' \begin{cases} x = t' \\ y = -t' + 3 \\ z = -t' + 1 \end{cases} \quad t' \in \mathbb{R}.$$

- a) D et D' sont parallèles b) D et D' sont sécants c) D et D' sont non coplanaires

3) Un argument de $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ est égal a

- a) $\frac{\pi}{12}$ b) $-\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{5\pi}{12}$ d) $\frac{\pi}{6}$

Exercice N°2 (5 points)Le plan est rapporté à un repère orthonormé (o, \vec{u}, \vec{v}) On note A, B, C les points d'affixes respectives $a = 1 + i\sqrt{3}$, $b = 1 - i$, $c = ab$

1) a. Donner la forme algébrique de c

b. Déterminer le module et un argument de chacun des nombres complexes a, b, c

c. Placer les points A, B, C dans le repère (o, \vec{u}, \vec{v}) 2) Déduire de la question précédente la valeur exacte de $\cos(\pi/12)$ et $\sin(\pi/12)$ 3) Déterminer et construire dans le repère (o, \vec{u}, \vec{v}) , l'ensemble des points $M(z)$ tels que:

$$|z - (1 + i\sqrt{3})| - |1 - i - z| = 0.$$

Exercice N°3 (5 points)L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

A(6, 0, 0); B(0, 6, 0); C(0, 0, 6) et D(-2, -2, -2)

1) a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) On note P le plan (ABC). Montrer que le plan P est d'équation $P : x + y + z - 6 = 0$.

2) a) Vérifier que la droite (OD) est perpendiculaire au plan P.

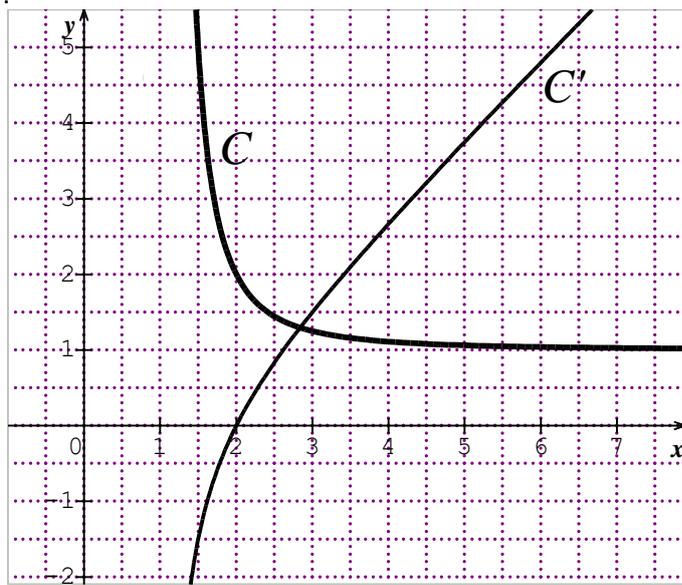
b) Donner une équation paramétrique de la droite (OD).

3) a) Soit H le projeté orthogonale de O sur P.

Déterminer les coordonnées de H et montrer que $HA = HB = HC$

b) En déduire que (OD) est l'axe du cercle circonscrit au triangle ABC

Exercice N°4 (7 points)



I) (C) et (C') sont les courbes représentatives dans un repère orthonormé, d'une fonction f définie et dérivable sur $]1, +\infty[$ et de sa fonction dérivée f'

Par lecture graphique

1) En justifiant reconnaître la courbe de f et celle de f'

2) Déterminer $f(2)$, $f'(2)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

3) donner le tableau de signe de $f(x) - f'(x)$

II) la fonction f est définie sur $]1, +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$

1) a) Déterminer les réels a , b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$, $\forall x > 1$

b) En déduire que la droite $D : y = x - 1$ est une asymptote à (ζ_f) au voisinage de $+\infty$

c) Étudier la position de (ζ_f) par rapport à D pour $x > 1$

2) a) Calculer $f'(x)$, $\forall x > 1$

b) Dresser le tableau de variation de f .