

Exercice N°1 : 07pts

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x^2+3}{x-1}$.

1°) a) étudier la continuité de f en 1 . Interpréter le résultat graphiquement.

b) Déterminer les réels a ; b et c vérifiant : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$

c) Montrer que (ζ_f) la courbe de f admet une asymptote oblique à déterminer .

d) Montrer que (ζ_f) admet un centre de symétrie A qu'on précisera .

2°) a) Etudier les variations de f .

b) Déterminer l'équation de la tangente (T) à (ζ_f) au point d'intersection de (ζ_f) avec l'axe des ordonnées .

c) Etudier la position relative de (ζ_f) et (T)

d) Construire (ζ_f) dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

3°) Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{x^2+3}{|x-1|}$

a) Sans étudier g ; tracer sa courbe (ζ_g) dans le même repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.
Justifier votre réponse.

b) Discuter en utilisant (ζ_f) et (ζ_g) et suivant les valeurs du paramètre m le nombre des solutions des deux équations : $x^2 - m(x-1) + 3 = 0$ et $x^2 - m|x-1| + 1 = (-2)$.

Exercice N°2 : 07 pts

Le plan Complexe étant rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. A ; B et C trois points

d'affixe $z_A = i$; $z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ et $z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

1°) a) Donner la forme trigonométrique de z_B et z_C

b) Placer les points A ; B et C

c) Montrer que A ; B et C appartiennent à un même cercle ζ que l'on précisera .

d) Montrer que $OACB$ est un losange

2°) Soit $z_1 = i z_B$. on désigne par A_1 l'image de z_1 . et A_n le point d'affixe $z_n = (z_1)^n$

- a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; A_n appartient au cercle $\zeta(O ; 1)$
- b) Déterminer un argument de z_n
- c) Montrer que $z_{n+1} - z_n = (z_1)^n \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i - \frac{1}{2} \right)$
- d) Déduire la distance $A_{n+1}A_n$.
- e) Montrer que le triangle $O A_{n+1}A_n$ est équilatéral .

Exercice N°3 :06 pts

Soit ABCD un carré de centre O tel que : $(\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$; $E = S_{(AD)}(O)$; $I = S_C(B)$;

$$(AE) \cap (BC) = \{J\} \quad \text{et} \quad K = I^*J$$

1)a) Montrer qu'il existe une unique rotation R tel que : $R(A)=C$ et $R(E)=O$

b) Montrer que R de centre D et d'angle $\frac{\pi}{2}$

2)a) Déterminer $R((AB))$ et $R((BD))$

b) En déduire que $R(B)=I$

3) Soit R' une rotation d'angle $-\frac{\pi}{2}$ tel que $R'(J)=E$ et $R'(E)=I$

a) Déterminer $R' \circ R(J)$

b) Déduire que K est le centre de R'

4) Soit \mathcal{C} un cercle circonscrit au triangle IEJ ; M un point du segment [EJ] ; la demi-droite [CM) coupe \mathcal{C} en F et on a $R'(F)=L$

a) Montrer que $L \in \mathcal{C}$

b) Déterminer l'ensemble des points L lorsque M décrit le segment [EJ]

