Lycee H. Souk Djerba Prof : Loukil Mohamed	Devoir de Contrôle N : 3 Durée :2 Heures	3 Mathématique 1 0 3 Mai 2011

EXERCICE N : 1 (4 points)

A) Soit x et y deux réels strictement positifs tels que : $x \geq y$.

Montrer par récurrence que pour tout $n \in IN$; $x^n \geq y^n$.

B) On considère les suites (U_n) et (V_n) définies sur IN* par : $U_n = n + \frac{1}{n}$ et $V_n = (U_n)^n$.

1) a) Montrer que la suite (U_n) est croissante sur IN* .

b) En déduire que la suite (V_n) est croissante sur IN* .

2) a) Montrer que pour tout $n \in IN^*$; $U_n \geq 2$.

b) Déduire alors $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$.

EXERCICE N : 2 (4.5 points)

I) Une classe est composé de 9 élèves , 5 filles et 4 garçon , on veut former une équipe constituée de 3 joueurs . Les choix des joueurs sont équiprobables .

Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « L'équipe obtenue est formée de 3 joueurs de même sexe »

B : « L'équipe obtenue comprend au moins une fille »

C : « L'équipe obtenue comprend au plus un garçons » et **D = B ∪ C** .

II) Un élève **E** de cette classe effectue au maximum 5 essais successifs pour marquer un panier ,

Il s'arrête dés qu'il marque le panier . La probabilité de réussir le premier essai est $P_1 = \frac{1}{2}$.

S'il rate un essai , la probabilité de réussir le suivant est de $\frac{2}{5}$.

Pour tout $k \in \{1 , 2 , 3 , 4 , 5\}$; on considère l'évènement R_K : « Réussir le panier au $k^{ième}$ essai » et on note : $P_k = P (R_K)$.

1) Justifier que : $P_2 = \frac{1}{5}$.

2) Calculer P_k pour tout $k \in \{ 3 , 4 , 5 \}$.

3) En déduire la probabilité pour que l'élève **E** n'arrive pas à marquer le panier après les 5 essais .

EXERCICE N : 3 (*5 points*)   (**Les parties A , B et C sont indépendantes**)

A) 1) *Montrer que pour tout* $n \in IN$; $(9^{n} - 1)$ *est divisible par* 8 .

2) *En déduire que pour tout* $n \in IN$; $(3^{2n+1} - 3)$ *est divisible par* 8 .

3) *Déterminer alors le reste de la division euclidienne de* 3^{2011} *et par* 8 .

B) *Déterminer l'ensemble des couples (a , b) d'entiers naturels , solutions du système (S)* $\begin{cases} a+b=144 \\ a \wedge b=12 \end{cases}$

C) 1) *Montrer que pour tout* $n \in IN$; *les entiers* $(n + 1)$ *et* $(n^{2} + 3n + 3)$ *sont premiers entre eux .*

2) *En déduire les entiers naturels n tels que* $(n + 1)$ *divise* $(n + 17) (n^{2} + 3n + 3)$.

EXERCICE N : 4 (*6.5 points*)

Soit ABJ un triangle rectangle et isocèle en A avec AB = 3 et $(\widehat{\overrightarrow{AJ};\overrightarrow{AB}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

Soit $C = S_J (B)$ *et* **R** *la rotation d'angle* $\frac{\pi}{2}$ *tel que :* **R** *(C) = B* .

1) *Déterminer et construire le point O centre de la rotation* **R** .

2) a) *Montrer que* $(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BO}}) \equiv 0(2\pi)$.

b) *Montrer que A est le milieu de [OB] .*

3) a) *Montrer qu'il existe une unique rotation* **R'** *telle que* **R'***(O) = C et* **R'***(B) = O* .

b) *Montrer que* $\frac{\pi}{2}$ *est l'angle de la rotation* **R'** .

c) *Déterminer* **R' o R'** *(B) puis la nature de l'application* **R' o R'** .

d) *Déduire que le point J est le centre de* **R'** .

4) *Soit E un point de [OJ] et K un point de [JC] tel que : OE = CK .*

a) *Montrer que* **R'***((BE)) = (OK)* .

b) *En déduire l'orthocentre du triangle OBK .*

5) *Soit* **(*C*)** *le cercle de diamètre [OB] . Déterminer et construire* **(*C'*) = R' (*C*)** .

6) *Soit* Δ *une droite passant par J distincte de (BC) et recoupe* **(*C*)** *en D et* **(*C'*)** *en D' .*
Montrer que les droites (OD) et (OD') sont perpendiculaires .