Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de synthèse n° 1** Mathématiques	Niveau : 2ème Sc_{1+2}
Date : 02 / 12 / 2013	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 2 heure

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (3 pts)

Pour chaque question, au moins une réponse est correcte. On indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre (ou les lettres) correspondante(s) à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fausse enlève 0,5 point, et l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note sera ramenée à zéro.

1) L'ensemble de solutions de l'équation : $10x^2-x-3=0$ est :

   $a/\ \left\{\frac{3}{2};-\frac{1}{5}\right\}$ $b/\ \left\{\frac{1}{2};-\frac{3}{5}\right\}$ $c/\ \left\{-\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right\}$ $d/\ \left\{\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right\}$.

2) Le polynôme P défini par : $P(x)=2x^3-5x^2+x+2$ est factorisable par :

   $a/\ x-1$ $b/\ x^2-1$ $c/\ (x-1)(x-2)$.

3) A, B et C sont trois points du plan tels que : $\overrightarrow{AB}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$, alors C est le barycentre des points pondérés :

   $a/\ \{(A;5),(B;-2)\}$ $b/\ \{(A;2),(B;5)\}$ $c/\ \{(A;2),(B;-5)\}$ $d/\ \{(A;-2),(B;5)\}$

Exercice n°2 : (7 pts)

On considère les polynômes P et Q définis par :

$P(x)=3x^4-10x^2+3$ et $Q(x)=x^4+x^3-9x^2-3x+18$.

1) Factoriser le trinôme $3t^2-10t+3$, en déduire la factorisation de $P(x)$ en produit de quatre facteurs du premier degré.
2) $a/$ Calculer $Q(\sqrt{3})$ et $Q(-\sqrt{3})$.

   $b/$ En déduire que : pour tout $x\in IR$, $Q(x)=(x^2-3)R(x)$, où R est un polynôme que l'on déterminera.

   $c/$ Résoudre dans IR l'inéquation : $Q(x)\leq 0$.
3) On pose : $F(x)=\dfrac{P(x)}{3Q(x)-P(x)}$.

   $a/$ Déterminer le domaine de définition de F.

   $b/$ Simplifier $F(x)$ et montrer que $F(x)=\dfrac{3x^2-1}{3x-17}$.

   $c/$ Résoudre dans IR l'inéquation : $F(x)\leq 0$.

Exercice n°3 : *(5 pts)*

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O, on désigne par G le centre de gravité du triangle ABC et par I le milieu de $[AB]$.

1) Soit H le point défini par : $\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=-3\overrightarrow{HD}$.

   Montrer que H est le milieu de $[DG]$.

2) Soit K le point défini par : $\overrightarrow{CK}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$.

   $a/$ Montrer que : $\overrightarrow{HC}+3\overrightarrow{HD}=4\overrightarrow{HK}$.

   $b/$ En déduire que les points I, H et K sont alignés.

Exercice n°4 : *(5 pts)*

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

On considère les points $A(-2\,;\,1)$, $B(-1\,;\,4)$ et $C(4\,;\,-1)$. Et on désigne par I le milieu de $[BC]$.

1) $a/$ Montrer que ABC est rectangle en A.

   $b/$ Calculer la distance AI.

2) Soit $H(0\,;\,3)$. Montrer que H est le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.

3) $a/$ Montrer que I est le barycentre des points pondérés $(H\,;\,5)$ et $(B\,;\,-3)$.

   $b/$ Soit $\mathscr{C}$ l'ensemble des points M du plan tels que : $\left\|5\overrightarrow{MH}-3\overrightarrow{MB}\right\|=5\sqrt{2}$.

   Montrer que $\mathscr{C}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

Bonne chance