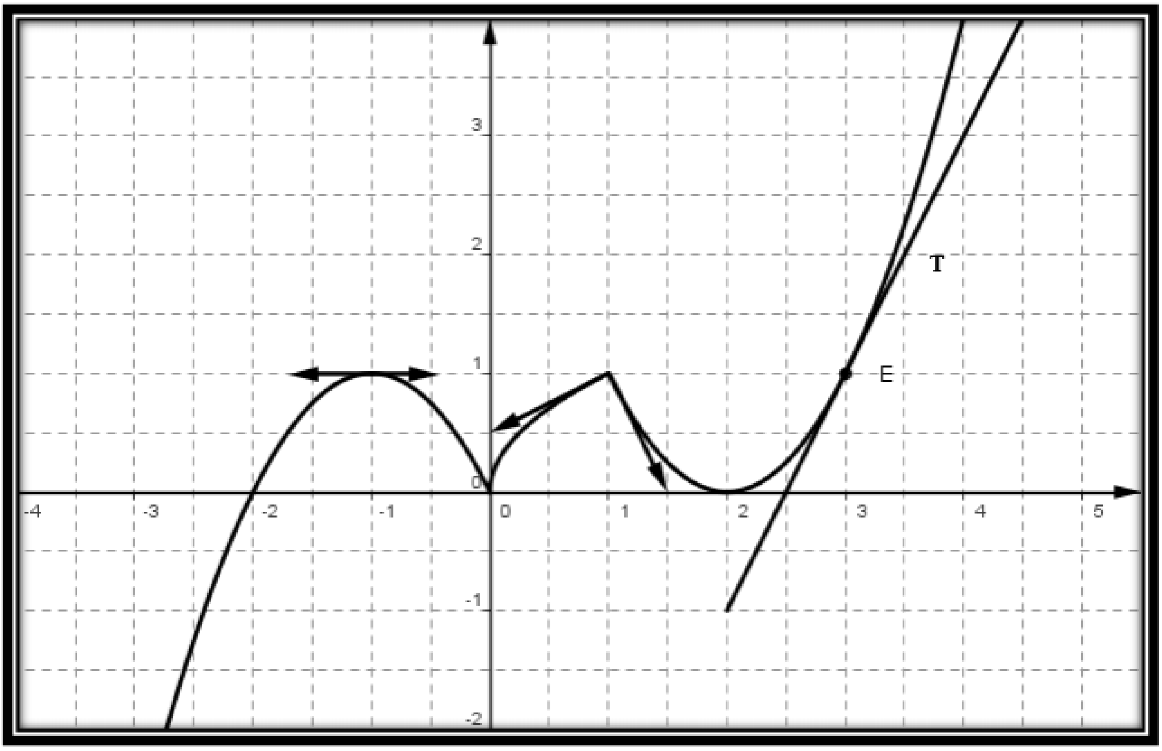
Exercice N°1 : 05

Dans la figure ci-dessous on a représenté la courbe (C) de la fonction f ainsi que les tangentes (ou les demi-tangentes) en certain de ces points. (T est la tangente a (C) au point E (3, 1)).



1/ Répondre par vrai ou faux pour chacune de ces propositions *et justifier votre repense*

a/ f est dérivable sur IR

b/ f est définie sur IR

c/ la courbe (C) de f admet au point $x_0 = -1$ un maximum global.

d/ $f'(-2) > f'(-0{,}5)$

2/ Déterminer graphiquement

$f'(3)$ $f'(-1)$ $f'_d(1)$

3/ Dresser le tableau de variation de f ainsi que le signe de sa fonction dérivée $f\,'$

4/ Supposons que cette courbe (C) est la courbe de la fonction dérivée d'une fonction F.

Déterminer le sens de variation de F.

Exercice N°2 : 07 pts

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = x + (1-2x)\ln x$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.(unité graphique 2 cm)

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$.

b) En écrivant $f(x) = x\left(1+\dfrac{1-2x}{x}\ln x\right)$ pour $x > 0$, calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.

c) Interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) a) Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{1-x}{x} - 2\ln x$.

b) Calculer $f'(1)$.

c) Montrer que pour tout $x \in]0,1[$, $\dfrac{1-x}{x} > 0$ et $-2\ln x > 0$ et en déduire le signe de f' sur $]0,1[$.

d) Montrer que pour tout $x \in]1,+\infty[$, $\dfrac{1-x}{x} < 0$ et $-2\ln x < 0$ et en déduire le signe de f' sur $]1,+\infty[$.

e) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Etudier la position relative de $(\mathscr{C})$ par rapport à la droite $\Delta : y = x$.

b) Calculer $f(2)$. Tracer Δ et $(\mathscr{C})$.

4) a) Montrer que f est une bijection de $[1 ; +\infty[$ vers un intervalle J à déterminer

b) Construire ζ_f^{-1} dans le même repère.

<u>Exercice N°3 : 04 pts</u>

1) Soit dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation (E) : $5x + 3y = 60$.

a) Vérifier que $(2,-3)$ est une solution dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ de l'équation (E') : $5x + 3y = 1$.
En déduire une solution particulière de l'équation (E).

b) Montrer que l'ensemble des solutions de (E) est $S = \{(-3k+120, 5k-180) ; k \in \mathbb{Z}\}$.

c) En déduire tous les couples d'entiers naturels non nuls solutions de (E).

2) Le directeur d'un lycée veut acheter x ordinateurs et y imprimantes pour un montant total de 6000 dinars. On sait que le prix d'un ordinateur est de 500 dinars et celui d'une imprimante est de 300 dinars et qu'il désire acheter plus d'ordinateurs que d'imprimantes.

a) Vérifier que $5x + 3y = 60$.

b) Déterminer alors le nombre d'ordinateurs et le nombre d'imprimantes qu'il peut acheter.

<u>Exercice N°4 :04 pts</u>

1) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 2 \\ 9 & -4 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Calculer $A\times B$.

b) En déduire que A est inversible et donner sa matrice inverse A^{-1}.

2) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x$ où a, b et c sont des réels et (C) sa courbe représentative dans un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

On suppose que :

- la tangente à (C) au point d'abscisse 1 a pour équation $y = 4x-4$,
- (C) admet un point d'inflexion d'abscisse -1.

a) Montrer que a, b et c vérifient le système (S): $\begin{cases} a+b+c=0 \\ 3a+2b+c=4 \\ -3a+b=0 \end{cases}$.

b) Résoudre, dans IR^3, le système (S) puis en déduire l'expression de f(x).

Bonne Chance