L. Kairouan 2019/2020	Devoir de contrôle n°4 Mathématiques	Classe : 2Sc2 Durée : 1heure

Exercice n°1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

1) $2 + 4 + 6 + \ldots + 2020 =$
   a-/ 1021110 b-/ 1021011 c-/ 1021101
2) x, y et z sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique signifie que
   a-/ $x + z = 2y$ b-/ $x + y = 2z$ c-/ $y + z = 2x$
3) Soit U une suite arithmétique définie sur IN telle que $U_5 = 19$ et $U_{11} = 31$ alors :
   a-/ $U_{10} = 28$ b-/ $U_{10} = 29$ c-/ $U_{10} = 27$

Exercice n°2 (9points)

Soit U une suite arithmétique définie sur IN telle que $U_5 = 13$ et $U_{11} = 31$

1) a-/ Déterminer la raison r et le premier terme U_0 de la suite U
   b-/ Exprimer U_n en fonction de n
2) Soit $S_n = U_0 + U_1 + \ldots. + U_n$
   a-/ Montrer que $S_n = \dfrac{(n+1)(3n-4)}{2}$
   b-/ Calculer $U_0 + U_1 + \ldots. + U_7$
   c-/ En déduire que $3^{U_0} \times 3^{U_1} \times \ldots \times 3^{U_7} = 3^{68}$
3) Soit la suite V définie sur IN par $V_n = U_{2n+1} + 2n$
   a-/ Vérifier que $V_n = 8n + 1$ puis montrer que V est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme
   b-/ Montrer que $2 + 4 + 6 + \ldots. + 2n = n(n+1)$
   c-/ En déduire $S_n' = U_1 + U_3 + U_5 + \ldots + U_{2n+1}$ en fonction de n

Exercice n°3 (8points)

Soit ABCD un carré de centre O et I le milieu de [AO]

Soit h l'homothétie de centre I et de rapport -3

1) Montrer que h(A) = C
2) La droite (ID) coupe (BC) en E
   a-/ Déterminer en justifiant h(AD) et h(DI)
   b-/ En déduire que h(D) = E
3) La parallèle à la droite (CD) passant par I coupe (AD) en F. On désigne par F' le barycentre des points pondérés (E, 1) et (C,3)
   Montrer que I, F et F' sont alignés
4) Soit $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit au carré ABCD. La droite (IB) recoupe $\mathscr{C}$ en M
   Soit N le projeté orthogonal de E sur (IB)
   a-/ Montrer que h((DM)) = (EN) et déterminer h((MI))
   b-/ En déduire que $\overrightarrow{CN} = -3\,\overrightarrow{AM}$